

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



# ریاضی

پنجم دبستان

کتاب معلّم

(راهنمای تدریس)

۱۳۹۴

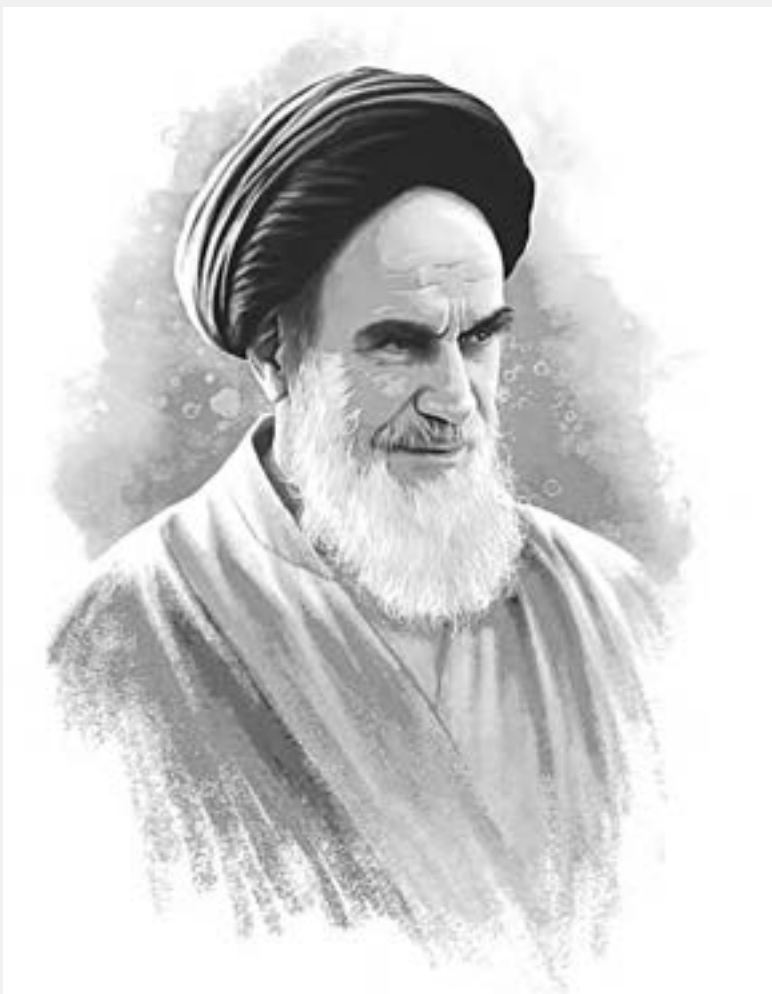


## وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی



نام کتاب :	کتاب معلم ریاضی پنجم دبستان - ۷۰
پدیدآورنده :	سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف :	دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری
شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف :	حمیدرضا امیری، علی ایرانمنش، مهدی ایزدی، طیبه حمزه‌بیگی، خسرو داودی، محمد هاشم رستمی، ابراهیم ریحانی، محمدرضا سید صالحی، احمد شاهورانی، میرشهرام صدر، شادی صفی‌نیا، اکرم قابل‌رحمت و محمد مقاصدی (اعضای شورای برنامه‌ریزی) - مهدی ایزدی، زهره بندی، خسرو داودی، زهرا رحیمی، محمد هاشم رستمی، ابراهیم ریحانی، شادی صفی‌نیا، فیروزه فروزبخش و مجتبی قربانی آرائی (اعضای گروه تألیف) - افسانه جنتی طباطبایی (ویراستار)
مدیریت آماده‌سازی هنری :	اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
شناسه افزوده آماده‌سازی :	لیدا نیک‌روش (مدیر امور فنی و چاپ) - شهرزاد قنبری (صفحه‌آرا) - مریم دهقان‌زاده، حسین قاسم‌پور اقدم، علی‌مظاهری نظری فر، فریبا سیر، فاطمه رئیس‌یان فیروزآباد، راحله زادفتح‌اله (امور آماده‌سازی)
نشانی سازمان :	تهران: خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی) تلفن: ۸۸۸۳۱۱۶۱-۹، دورنگار: ۸۸۳۰۹۲۶۶، کد پستی: ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹ وبگاه: <a href="http://www.chap.sch.ir">www.chap.sch.ir</a> و <a href="http://www.irtextbook.ir">www.irtextbook.ir</a>
ناشر :	اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
چاپخانه :	شرکت افست «سهامی عام» ( <a href="http://www.offset.ir">www.offset.ir</a> )
سال انتشار و نوبت چاپ :	چاپ اول ۱۳۹۴

کلیه حقوق مادی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از کتاب و اجزای آن به صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلخیص، تبدیل، ترجمه، عکسبرداری، نقاشی، تهیه فیلم و تکثیر به هر شکل و نوع بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.



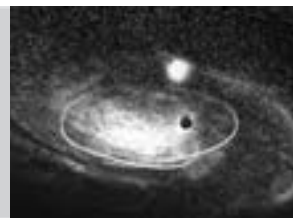
امید من به شما دبستانی هاست.

امام خمینی (ره)



## فصل ۱: عدد نویسی و الگوها

۱۱	یادآوری عدد نویسی و محاسبات عددی
۱۶	معرفی میلیارد
۲۲	جمع و تفریق عددهای مرکب
۲۵	الگوها



## فصل ۲: کسر

۳۸	کسره‌های بزرگ تراز واحد
۴۰	جمع و تفریق عددهای مخلوط
۴۲	ضرب کسرها
۴۴	تقسیم کسرها
۴۶	ضرب عددهای مخلوط



## فصل ۳: نسبت، تناسب و درصد

۶۳	نسبت
۷۳	نسبت‌های مساوی
۸۶	تناسب
۱۰۰	درصد



## فصل ۴: تقارن و چندضلعی‌ها

۱۳۳	خط تقارن
۱۳۶	مرکز تقارن
۱۳۹	زاویه و نیمساز
۱۴۲	چندضلعی‌ها و مجموع زاویه‌های آنها



## فصل ۵: اعداد اعشاری

۱۵۱	عددهای اعشاری
۱۵۴	جمع عددهای اعشاری
۱۵۷	تفریق اعشار
۱۵۹	ضرب اعشار



## فصل ۶: اندازه‌گیری

۱۶۷	مساحت لوزی و دوزنقه
۱۷۱	محیط دایره
۱۷۳	حجم
۱۷۸	گنجایش



## فصل ۷: آمار و احتمال

۱۹۵	جمع‌آوری و نمایش داده‌ها
۱۹۹	میانگین
۲۰۴	احتمال



## سخنی با معلّم



کتاب ریاضی پایه پنجم در جهت اهداف برنامه درسی ملی و در ادامه تغییر کتاب‌های درسی دوره ابتدایی تألیف شده است. زمانی تأکید کتاب‌های درسی ریاضی بیشتر بر توانایی انجام محاسبات بود. در رویکرد جدید ضمن توجه به این هدف، تأکید اصلی بر پرورش قوه تفکر و تعقل و رشد توانایی حل مسئله است. رسیدن به چنین هدفی، مشکلات و دشواری‌های فراوانی دارد و به سرعت امکان پذیر نیست ولی مدّ نظر قرار دادن آن می‌تواند جهت اصلی حرکت جامعه آموزش ریاضی را تعیین کند. در این میان، اصلی‌ترین و مؤثرترین وظیفه بر عهده معلّم قرار دارد. قدرت انعطاف و هماهنگی و همراهی معلّمان با برنامه‌های جدید ستودنی است. بر این اساس، مؤلفان کتاب حاضر سعی کرده‌اند برای انجام وظیفه خویش در مورد آموزش معلّمان، ضمن اطلاع‌رسانی مناسب و بهنگام درباره تألیف، کتاب راهنمای معلّم و نیز فیلم‌های آموزشی مربوط را به موقع در اختیار این همکاران عزیز قرار دهند.





ساختار کتاب حاضر از سه بخش فعالیت، کار در کلاس و تمرین تشکیل شده است. آنچه در هر فعالیت به طور عمده مدّ نظر بوده، آشنایی دانش‌آموزان با مفهوم درس و سهیم‌بودن او در ساختن دانش مورد نظر است. فعالیت‌ها شامل مراحل ماند درک کردن، کشف کردن، حلّ مسئله، استدلال کردن، بررسی کردن، حدس و آزمایش، توضیح راه‌حل، مرتّب کردن، قضاوت در مورد یک راه حل و مقایسهٔ راه‌حل‌های مختلف است. هدایت فعالیت‌ها به عهدهٔ معلّم است و هر جا که لازم باشد، معلّم راهنمایی لازم را ارائه خواهد کرد. در بسیاری موارد، انجام دادن فعالیت ساده و آسان نیست و صد البته، اجرای مناسب آن ارزش زیادی دارد. فعالیت‌ها در حدّ متوسط طراحی شده‌اند؛ بنابراین، معلّم می‌تواند با توجه به زمان و توانایی دانش‌آموزان خود، یک فعالیت را غنی‌تر کند یا با ارائه توضیحات بیشتر و ایجاد تغییراتی آن را ساده‌تر نماید.

هنگام انجام دادن فعالیت، هدایت گفت‌وگوی کلاسی یا گفت‌وگمان ریاضی، که در آن دانش‌آموزان به ارائه دیدگاه‌ها و دفاع از ایده‌های خود و نیز قضاوت و ارزیابی افکار و روش‌های ریاضی دیگر دانش‌آموزان می‌پردازند، به عهدهٔ معلّم است. به طور خلاصه، فراهم کردن فرصت‌های یادگیری و دادن مجال به دانش‌آموز برای اینکه خود به کشف مفهوم بپردازد، می‌تواند یکی از دل‌مشغولی‌های همکاران عزیزمان باشد. کار در کلاس با هدف تثبیت و تعمیق و در مواردی تعمیم یادگیری طراحی شده و انتظار





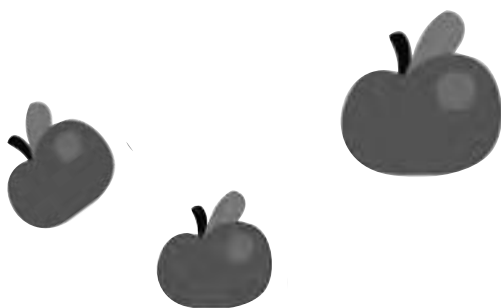
این است که دانش‌آموزان بیشترین سهم را در انجام آن داشته باشند. حل تمرین‌ها به عهده دانش‌آموزان است اما ضرورت دارد که معلم زمینه را برای طرح پاسخ‌ها و بررسی آنها در کلاس فراهم سازد. در مورد ضرورت آموزش راهبردهای حل مسئله در میان پژوهشگران و آموزشگران تقریباً اتفاق نظر وجود دارد اما در مورد چگونگی انجام این کار، نظرات متفاوت است. در این کتاب آموزش راهبردها از متن درس جدا نشده است. ضمناً اصراری بر ذکر عناوین راهبردها جز در موارد مشخص و آشنا نبوده است. بنابراین، از آوردن عبارت‌ها و واژه‌های نامأنوس پرهیز شده است. با آنکه بخش جداگانه‌ای با عنوان «حل مسئله» در کتاب وجود ندارد، دانش‌آموزان در اکثر فعالیت‌ها به نوعی درگیر فرایند حل مسئله می‌شوند. علاوه بر این، اساساً آموزش راهبردها ممکن است به زمانی طولانی نیاز داشته باشد؛ زیرا هر راهبرد ممکن است شامل ده‌ها راهبرد جزئی‌تر باشد. ارائه راه‌حل‌ها و روش‌های مختلف حل یک مسئله نیز به صورت هدفمند دنبال شده است. پژوهش‌ها نشان می‌دهند که دانش‌آموزان هنگام روبه‌رو شدن با یک مسئله – به ویژه وقتی که الگوریتمی مشخص برای حل آن فرا نگرفته باشند – به روش‌های متفاوتی عمل می‌کنند.

پس از آماده‌شدن نسخه اولیه کتاب، مؤلفان جلسات فشرده‌ای را برای نقد و اصلاح آن برگزار کردند و برخی تغییرات و اصلاحات لازم را نیز در کتاب اعمال نمودند. نظرات حاصل از



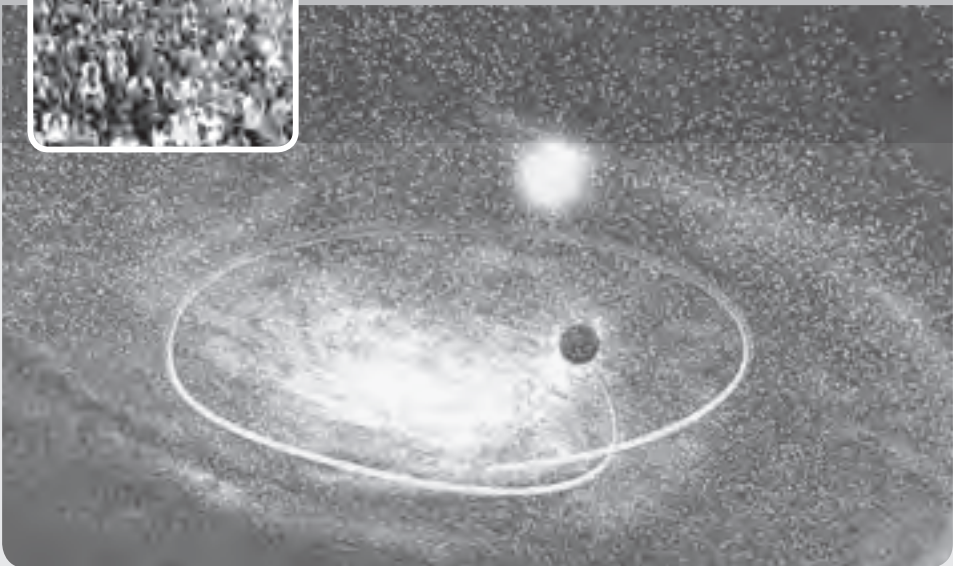
اعتباربخشی و آرای دبیران سراسر کشور نیز در این اصلاحات مدّ نظر قرار گرفت. در اینجا لازم است مراتب تقدیر و تشکر خود را از همه همکارانی که نسخهٔ اولیهٔ کتاب را مطالعه نموده و نظرات و پیشنهادهای خود را به واحد تحقیق، توسعه و آموزش ریاضی ارسال کرده‌اند، ابراز نماییم. ده‌ها نقد رسیده از سراسر کشور نویدبخش حضور و مشارکت مؤثر آموزگاران گرامی در تألیف کتاب‌های درسی است. در کنار این، مشاورانی از مراکز آموزشی و پژوهشی نیز بخش‌هایی از کتاب را مطالعه و نقد کرده‌اند که جا دارد از آنها نیز قدردانی شود. گروه تألیف آمادگی دریافت نظرات و دیدگاه‌های تمامی همکاران و عزیزان را از طریق وب‌گاه واحد تحقیق، توسعه و آموزش ریاضی<sup>۱</sup> دارد. به علاوه، بسیاری از مطالب مربوط به پشتیبانی کتاب از طریق وب‌گاه یادشده قابل دریافت است. اطمینان داریم که با اتکال به خدای متعال، و تکیه بر تلاش، اراده و همت معلمان عزیز می‌توانیم به برآورده شدن اهداف کتاب امیدوار باشیم.

مؤلفان





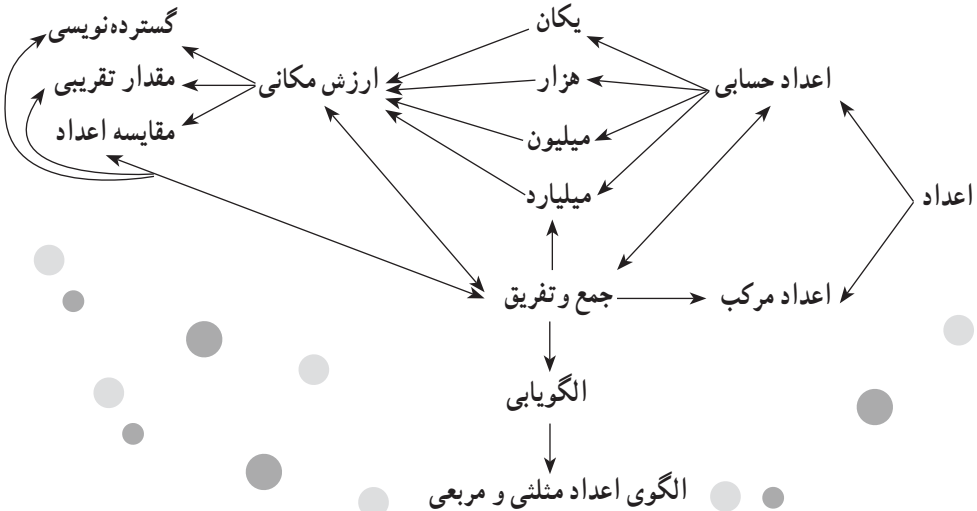
# عدد نویسی و الگوها



نگاه کلی به فصل

این فصل شامل ۴ درس است. در درس اول ضمن یادآوری عددنویسی تا ۹ رقم و کامل کردن طبقه میلیون (تا صدگان میلیون) به رابطه بین ارزشهای مکانی رقمهای مختلف در جدول، بیشتر از گذشته توجه خواهد شد. ضمن آنکه با چند بازی و فعالیت، عملیات جمع و تفریق و ضرب و تقسیم عددهای طبیعی یادآوری و تکمیل می شود. در درس دوم طبقه میلیارد معرفی شده و مشابه آنچه در سال گذشته برای میلیون تدریس شده است، مفاهیم مطرح می شوند. درس سوم به معرفی عددهای مرکب و جمع و تفریق آن در مورد زمان می پردازد و در انتها نیز مثالهایی از عددهای مرکب، غیر از زمان نیز مطرح می شود. آخر این فصل به موضوع الگویابی اختصاص یافته و در ضمن آن الگوی عددهای مثلثی و مربعی معرفی می شوند.

## شبکه مفهومی



### تصویر عنوانی

با توجه به اینکه در بخش عددنویسی، طبقه میلیارد معرفی می‌شود و هدف اصلی این درس ایجاد درک از بزرگی عددهای طبقه میلیارد است، می‌توان با مثال‌های مختلف از جمله جمعیت کشورها، قاره‌ها و کل جهان و یا تعداد سیاره‌ها، ستاره‌ها و کهکشان، تلاش کرد تا این تصور ذهنی در دانش‌آموزان ایجاد شود.

### دانستنی‌هایی برای معلم

مفهوم عدد اولین مفهومی هست که دانش‌آموزان در جریان یادگیری ریاضی با آن آشنا می‌شوند. همچنین انتزاعی‌ترین مفهومی هست که انسان آن را کشف کرده است. پیدایش اولیه عدد توسط انسان در ابتدا برای استفاده از آن برای شمارش بود ولی به مرور برای جنبه‌های دیگر مورد استفاده قرار گرفت.

عدد دارای مفاهیم چندگانه هست که دانش‌آموزان برای آنکه بتوانند درک درستی از آن داشته باشند بایستی با مفاهیم مختلف آن آشنایی کامل داشته باشند. یکی از مفاهیم عدد، مفهوم عدد اصلی مجموعه (کاردینالیتی) است. از این مفهوم عدد برای به‌دست آوردن و نمایش تعداد اعضای یک مجموعه استفاده می‌شود. به عنوان مثال در ظرفی که ۴ سیب وجود دارد، عدد ۴، بیان‌کنندهٔ تعداد عضوهای این مجموعه (بشقاب) هست.

مفهوم دیگر عدد، مفهوم ترتیبی (اردینالیتی) آن است. از این مفهوم برای بیان ترتیب اشیا و جایگاه قرار گرفتن آن در یک ردیف استفاده می‌شود. به عنوان نمونه، در شکل مقابل  $\square \diamond \square \triangle$ ، شکل  $\triangle$ ، در ردیف دوم از سمت چپ قرار گرفته است یا در حروف الفبای فارسی، حرف «ت» چهارمین حرف از حروف الفبای فارسی هست.

مفهوم اجزایی عدد، مفهوم دیگری از عدد هست که در آن، هر عددی به عنوان کلی متشکل از دو جزء کوچک‌تر درک می‌شود. مثلاً عدد ۶ به عنوان کلی متشکل از دو جزء کوچک‌تر ۴ و ۲ در نظر گرفته می‌شود (درک می‌شود). این مفهوم از عدد کاربرد بسیاری در محاسبه جمع و تفریق و حل مسائل کلامی و نمادی جمع و تفریق به روش‌های مختلف از جمله روش‌های غیر الگوریتمی و ذهنی دارد.

دانش‌آموزان برای آنکه بتوانند درک درستی از مفهوم عدد داشته باشند و از آن به طور مناسب در محاسباتشان استفاده کنند، نیاز به درک مناسب از هر سه مفهوم عدد دارند. علاوه بر درک جنبه‌های مختلف مفهوم عدد توسط دانش‌آموزان به این نکته باید توجه شود که در معرفی هر طبقه از اعداد موارد زیر نیز به همراه آن ارائه می‌شود:

- ۱- معرفی مفهوم اعداد با استفاده از وسایل و موارد عینی مختلف (با استفاده از مکعب‌های کوئیزنر، چینه‌ها، پول و چرتکه)
- ۲- معرفی نحوه عدد نویسی به عدد و حروف
- ۳- نمایش اعداد در جدول ارزش مکانی
- ۴- گسترده‌نویسی اعداد
- ۵- تقریب زدن اعداد به دو روش قطع کردن و گردن کردن (بدون اشاره به نام آنها)
- ۶- مقایسه اعداد.

## الگوهای عددی

بعضی از الگوهای عددی به علت اینکه در پدیده‌های مختلف ظاهر می‌شوند یا در مفاهیم مختلف ریاضی خودنمایی می‌کنند، با نام مشخصی معرفی می‌شوند. برای مثال عددهای فیبوناچی برای اولین بار توسط این شخص مطرح شد و پس از آن، این دنباله عددی در پدیده‌های زیادی مشاهده شد. عددهای مثلثی و مربعی مطرح شده در این درس نیز به همین ترتیب هستند. برای مثال عددهای مربعی که شامل عددهای مربع کامل هستند ( $1, 4, 9, 16, \dots$ ) کاربردهای فراوانی دارند که دانش‌آموزان در سال‌های بالاتر به تدریج با آنها آشنا می‌شوند.

سری عددهای زیر به دنباله فیبوناچی معروف هستند:

$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, \dots$

غیر از دو عدد اول، عددهای بعدی از جمع دو عدد قبلی خود به دست می‌آیند. یکی از ویژگی‌های جالب این رشته عددها این است که اگر نسبت جمله سوم به دوم، نسبت جمله چهارم به سوم، نسبت جمله پنجم به چهارم و... را به ترتیب حساب کنیم عددهای زیر به دست می‌آیند:

$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, \dots$

به این ترتیب عددهای بالا به تدریج به مقدار نسبت طلایی<sup>۱</sup> نزدیک می‌شوند به طوری که اگر نسبت عدد چهارم به عدد سی و نهم را حساب کنیم تا ۱۴ رقم اعشار با عدد نسبت طلایی مطابقت می‌کند.

## توسعه مفاهیم

در این فصل اگرچه خواندن و نوشتن عددهای با طبقه میلیارد و میلیون تدریس می‌شود اما مهم‌تر از آن ایجاد درک و تصور درست از بزرگی این عددهاست. به طوری که دانش‌آموز بتواند مصادیق میلیارد و میلیون را بیان و درک کند.

مشابه مثال ضخامت یک میلیارد کاغذ می‌توان یک میلیارد ثانیه، یک میلیارد تومان، یک میلیارد دلار، یک میلیارد قطره آب یا بنزین و... را بیان کرد و با محاسبه‌های ساده ابعاد آنها را برای دانش‌آموزان آشکار کرد.

۱- «نسبت طلایی» عددی است که هر شکلی به هر میزانی که نسبت اجزایش به این عدد نزدیک‌تر باشد، از زیبایی قابل توجهی برخوردار است و نسبت به شکل‌های هم نوع خود که این نسبت در آنها رعایت نشده است، خوشایندتر می‌باشد. مقدار این عدد (نسبت طلایی)

$1/618033988749894848204586834365$

تا ۳۰ رقم اعشار به صورت روبه‌رو است:

همچنین روابط بین ارزش‌های مکانی رقم‌ها و طبقه‌ها اهمیت خاصی دارد. برای مثال ۱۰۰۰ میلیون همان میلیارد است. به این ترتیب ۱۰۰ تا ۱۰ میلیون و یا ۱۰ تا ۱۰۰ میلیون نیز برابر یک میلیارد می‌شوند. محاسبه تقریبی عددها و نمایش آنها روی محور نیز می‌تواند به تکمیل بحث کمک کند. در قسمت مربوط به عددهای مرکب، محاسبه جمع و تفریق روی عددهای مرکب غیر از زمان نیز توصیه می‌شود. هدف این است که دانش‌آموزان یاد بگیرند که در جمع و تفریق عددهای مرکب نحوه دسته‌بندی عددها با توجه به اجزاء عدد متفاوت است. برای مثال در زمان ۶۰ ثانیه، یک دقیقه و ۶۰ دقیقه یک ساعت می‌شود اما هر ۲۴ ساعت را یک شبانه‌روز در نظر می‌گیریم. مثال‌ها و موضوع‌هایی از این دست برای توسعه این درس توصیه می‌شود.

در درس آخر نیز ادامه دادن الگوهای خاص و همچنین طرح الگو می‌تواند محورهای مهم توسعه باشد. مشابه نمونه‌های ذکر شده در کتاب درسی مثال‌های فراوانی از کاربرد این الگوها در مواد آلی شیمیایی و فناوری نانو می‌توان یافت که ضمن تبعیت از یک الگوی خاص شکل‌های ترکیبی جالبی را نیز خلق می‌کنند.

## استفاده از ابزار و تکنولوژی

۱- برای کار با عددها بازی‌های مختلفی ساخته و تولید شده است. این ابزارها علی‌رغم سادگی با توجه به جذاب بودن و تنوعی که در انجام بازی‌های مختلف دارند می‌توانند به کسب مهارت در محاسبه‌ها و خواندن عددها به دانش‌آموزان کمک زیادی کنند. نمونه‌های زیادی از این بازی‌ها به صورت رایانه‌ای و در قالب لوح فشرده و یا سایت‌های مختلف به صورت برخط نیز وجود دارد. می‌توانید با یک جستجوی ساده نمونه‌هایی از این بازی‌ها را پیدا کنید.

برای مثال می‌توانید از سایت [www.nrich.maths.org](http://www.nrich.maths.org) بازی‌های مختلفی را مشاهده کنید.

۲- استفاده از ماشین حساب برای انجام محاسبات تقریبی یا دقیق با عددهای بزرگ نیز بخشی از کار می‌باشد. همچنین می‌توانید مسائل خاصی در این ارتباط برای دانش‌آموزان باهوش‌تر طرح کنید. برای مثال اگر بخواهیم باقی‌مانده تقسیم عدد ۷۴۷ بر ۲۳ را با ماشین حساب پیدا کنیم چه کار باید انجام داد؟ (توجه داشته باشید در صورتی که ۷۴۷ را بر ۲۳ تقسیم کنید یک عدد اعشاری خواهید دید و عنوان این مسئله پیدا کردن باقیمانده است).

برای پیدا کردن باقی‌مانده این تقسیم، به این نکته باید توجه داشت که زمانی که ۷۴۷ را بر ۲۳ تقسیم می‌کنیم و خارج قسمت به صورت یک عدد اعشاری به دست می‌آید که قسمت صحیح آن ۳۲ هست،

یعنی اینکه در ۷۴۷، ۳۲ دسته ۲۳ تایی وجود دارد. قسمت اعشاری یعنی یک کسری از ۲۳ تا در این عدد که کمتر از ۲۳ است وجود دارد. بنابراین برای پیدا کردن باقی مانده تقسیم ۷۴۷ بر ۲۳ کافیست ۳۲ را در ۲۳ ضرب کنیم و حاصل را از ۷۴۷ کم کنیم. مقدار به دست آمده، باقی مانده تقسیم ۷۴۷ بر ۲۳ را نشان می دهد.

$$\begin{array}{r} 32 \times 23 = 736 \\ 747 - 736 = 11 \\ \hline 23 \overline{) 747} \\ \underline{-736} \phantom{0} \\ 11 \end{array}$$

## نمونه سؤال هایی برای ارزشیابی

۱- در عدد ۷۴۵۰۲۰۰۳۹۱ ارزش مکانی بزرگ ترین رقم چیست؟

رقم صدگان میلیون چند برابر رقم صدگان هزار است؟

اگر به این عدد ۵۰ هزار تا اضافه کنیم کدام رقم ها تغییر می کند؟

۳۷۲۱ عدد بعد از این عدد را بنویسید.

۲- جاهای خالی را کامل کنید :

..... ده هزار برابر است با یک میلیون

..... صد میلیون برابر است با ده میلیارد

..... صد هزار برابر است با ده میلیون

..... هزار برابر است با ده میلیون

۳- از عدد ۳۰۵ میلیون، ۵۰ میلیون، ۵۰ میلیون بشمارید و بنویسید.

۴- روی محور عددها، محل تقریبی عدد ۲۱۳۷۰۰۰ را نشان دهید (محور را رسم کرده و

تقسیم بندی مناسب آن را انتخاب کنید).

۵- ۷ بسته صدتایی اسکناس ۱۰۰۰۰۰ ریالی چند تومان می شود؟

۶- ۷ ساعت و ۲۵ دقیقه بعد از ساعت ۱۰ و ۵۳ دقیقه بعد از ظهر دوشنبه، چه ساعتی، چه موقع

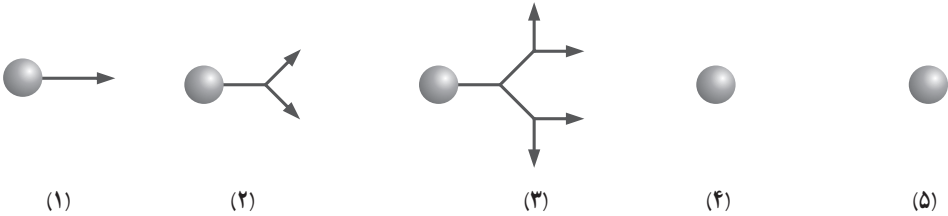
و چه روزی است؟

۷- الگوهای عددی زیر را ادامه دهید :

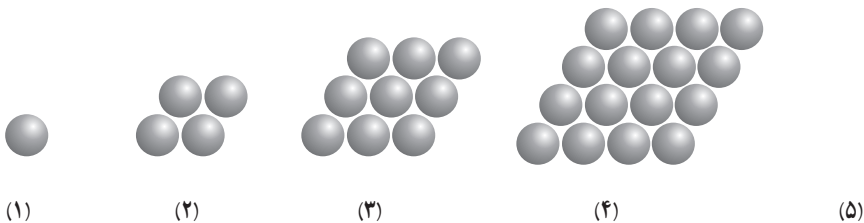
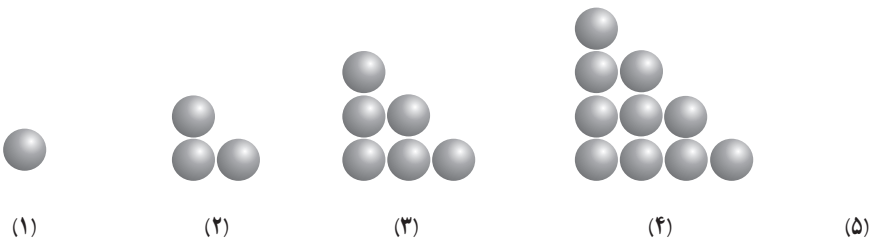
..... و ..... و ..... و  $۱:۴۰'$  و  $۱:۲۰'$  و ۱

..... و ..... و ..... و  $۴:۲۰''$  و  $۳:۴۰''$  و  $۳'$

۸- الگوهای هندسی را ادامه دهید.



۹- تعداد دایره‌های هر شکل را بنویسید و مشخص کنید الگوی عددی آنها مربعی یا مثلثی است. الگوها را نیز ادامه دهید.



## معرفی منابع

۱- آموزش ریاضیات در دبستان، روین یورگنسن و شلی دال، ترجمه دکتر امیرحسین آشنا، ۱۳۹۳، بینش نو، ویرایش دوم.

۲- کمک به کودکان در یادگیری ریاضیات، رابرت.ای.ریس، مرلین.ن.سایدام و مری مونتگومری لیندکوئیست، ترجمه مسعود نوروزیان، ۱۳۹۱، انتشارات مدرسه، چاپ ششم.

۳- Musser, G. L., Burger, W. F., & Peterson, B. E. (۲۰۱۴).

Mathemutics for Elementary Teachers; a contemporary approach. USA:

Courier kendallville.

## روند ارائه مفهوم عدد و عملیات از پایه اول ابتدایی تا پایه پنجم

### روند ارائه مفهوم و نماد عدد :

پایه اول / ابتدایی :

ارائه مفهوم و نماد اعداد از ۱ تا ۱۰۰

پایه دوم / ابتدایی :

ارائه مفهوم و نماد اعداد از ۱۰۱ تا ۹۹۹

پایه سوم / ابتدایی :

ارائه مفهوم و نماد اعداد از ۱۰۰۰ تا ۹۹۹۹

پایه چهارم / ابتدایی :

ارائه مفهوم و نماد اعداد ۱۰۰۰۰ و طبقه میلیون شامل یکان میلیون، دهگان میلیون و صدگان

میلیون

پایه پنجم / ابتدایی :

ارائه مفهوم و نماد اعداد طبقه میلیارد



روند ارائه عملیات ریاضی شامل چهار عمل اصل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم طی پنج پایه اول ابتدایی :

پایه اول/ابتدایی :

جمع اعداد از ۱ تا ۱۰۰

تفریق اعداد از ۱ تا ۲۰ و تفریق مضرب‌های ۱۰ از ۱ تا ۱۰۰

پایه دوم/ابتدایی :

جمع و تفریق اعداد از ۱ تا ۹۹۹ به دو روش فرایندی (غیرالگوریتمی) و رویه‌ای (الگوریتمی)

پایه سوم/ابتدایی :

جمع و تفریق اعداد از ۱۰۰۰ تا ۹۹۹۹

ارائه مفهوم ضرب اعداد با استفاده از جمع‌های تکرار شونده، ارائه مفهوم ضرب اعداد یک رقمی در یک رقمی با استفاده از روش آرایش مستطیلی

ارائه خواص ضرب (جابجایی و پخش ضرب نسبت به جمع)

ارائه مفهوم چند برابری

ارائه مفهوم تقسیم به عنوان عکس عمل ضرب

ارائه تقسیم اعداد دو رقمی بر اعداد یک رقمی

پایه چهارم :

جمع و تفریق اعداد در طبقه میلیون

ماشین‌های ورودی خروجی

ضرب اعداد دو رقمی در اعداد دو رقمی با استفاده از خاصیت پخش (توزیع پذیری) ضرب

نسبت به جمع، مساحت مستطیل

ضرب اعداد چند رقمی در چند رقمی

تقسیم اعداد بر اعداد یک رقمی

تقسیم اعداد بر اعداد دو رقمی

ارائه مفهوم بخش پذیری

## چک لیست ارزشیابی

ردیف	بسیار خوب	خوب	قابل قبول	نیازمند تلاش
۱				عددهای تا طبقه میلیارد را می خواند و می نویسد.
۲				جمع، تفریق، ضرب و تقسیم عددها بر اعداد یک رقمی و دو رقمی را با تسلط انجام می دهد.
۳				رابطه بین رقم های مختلف در جدول ارزش مکانی عددها را درک می کند.
۴				عددها را به صورت تقریبی با توجه به رقم مورد نظر می نویسد.
۵				عددها را باهم مقایسه می کند.
۶				الگوهای عددی با شمارش چندتا چندتا را ادامه می دهد.
۷				حاصل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم اعداد را به طور تقریبی محاسبه می کند.
۸				از عددهای تا طبقه میلیارد، درک و تصور دارد و مصادیق آنها را بیان می کند.
۹				عدد مرکب مربوط به زمان را می شناسد و جمع و تفریق می کند.
۱۰				با سایر عددهای مرکب نیز آشنایی دارد.
۱۱				الگوهای عددی مرکب را ادامه می دهد.
۱۲				مسئله های مربوط به زمان را حل می کند.
۱۳				با الگوی عددهای مثلثی و مربعی آشنایی دارد.
۱۴				الگوهای هندسی مختلف را ادامه داده و رابطه بین عددها و یا شکل ها را درک می کند.
۱۵				می تواند یک الگوی عددی یا هندسی طرح کند.

# یادآوری عددنویسی و محاسبات عددی

### اهداف

- ۱- خواندن و نوشتن عددهای تا طبقهٔ میلیون
- ۲- درک روابط بین ارزش رقم‌های مختلف در جدول ارزش مکانی
- ۳- انجام محاسبات عددی (جمع و تفریق، ضرب و تقسیم)
- ۴- نوشتن گسترده عددها، پیدا کردن عدد تقریبی و مقایسهٔ آنها و درک رابطهٔ بین این سه موضوع
- ابزارهای موردنیاز:
  - ۱- صفحهٔ بازی مطابق فعالیت کتاب
  - ۲- کارت‌های عدد (رقم‌های ۰ تا ۹ به تعداد زیاد)
  - ۳- پول

### روش تدریس

این درس به‌طورکلی به یادآوری مفاهیم و مهارت‌های عددنویسی تا طبقهٔ میلیون می‌پردازد. با توجه به اینکه هیچ موضوع جدیدی مطرح نمی‌شود کار را بدون هیچ مقدمه‌ای با انجام فعالیت این درس شروع کنید. هدف این فعالیت تشکیل جدول ارزش مکانی و نوشتن و خواندن عدد به کمک آن است. یک صفحهٔ بازی درست کنید و با کمک مهره، بازی را شروع کنید. دانش‌آموز باید یاد بگیرد که ۳ مهره در خانه یکان هزار یعنی ۳۰۰ و به این ترتیب بتواند گستردهٔ عدد را نیز بنویسد. در فعالیت دوم، هدف، جمع و تفریق و مقایسهٔ عددها با یک مثال کاربردی است. می‌توانید شبیه این فعالیت را با وسایل مختلف در کلاس خود به‌طور واقعی بازسازی کنید. در قسمت سوم فعالیت نیز دانش‌آموزان

یاد می‌گیرند که چگونه وقتی یک عدد در  $۱۰$  ضرب می‌شود ارزش رقم‌ها تغییر می‌کند. به همین ترتیب می‌توانید موضوع را برای ضرب عددها در  $۱۰۰$  یا  $۱۰۰۰$  نیز مطرح کنید. پس از انجام فعالیت و جمع‌بندی موضوعات مطرح‌شده از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را انجام دهند. هدف سؤال مربوط به محور شمارش چند تا چند تا و ساختن محورهایی برای مقایسه عددهای تقریبی است.

هدف سؤال ۶ کار در کلاس این است که دانش‌آموزان درکی را که در سؤال ۳ فعالیت صفحه ۳ در خصوص تغییری که به هنگام ضرب عددی در  $۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰، ۱۰۰۰۰، ۱۰۰۰۰۰$  بر روی رقم‌هایش به وجود می‌آید را نسبت به تقسیم اعداد بر  $۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰، ۱۰۰۰۰، ۱۰۰۰۰۰$  نیز توسعه دهند.

فعالیت دوم این درس به یادآوری ضرب عددها در قالب انجام یک بازی با کارت‌ها می‌پردازد. به کمک این بازی علاوه بر اینکه محاسبه ضرب آنها تقویت می‌شود توانایی استدلال کردن برای ساختن بزرگ‌ترین یا کوچک‌ترین عدد ممکن نیز تمرین می‌شود. همین بازی را می‌توانید با جمع و تفریق و یا با تعداد رقم‌های بیشتر نیز انجام دهید.

هدف سؤال ۲ فعالیت این است که دانش‌آموزان از روش‌های مختلف از جمله بیان کلامی و حذف صفرهای اعدادی که هم مرتبه هستند، برای جمع و تفریق اعداد استفاده کنند. یکی دیگر از این روش‌ها، استفاده از روش‌های محاسباتی غیر الگوریتمی بر مبنای ویژگی‌های اعداد مورد محاسبه هست. به عنوان مثال برای جمع دو عدد  $۳۹۹+۲۵۰$  دانش‌آموزان می‌توانند به جای استفاده از روش‌های محاسباتی الگوریتمی (بر مبنای جدول ارزش مکانی اعداد) و یا روش‌های فرایند جمع، با اضافه کردن ۱ واحد به عدد ۳۹۹ آن را به ۴۰۰ تبدیل کنند. سپس حاصل جمع ۴۰۰ و ۲۵۰ را محاسبه کنند و در نهایت از حاصل (۶۵۰)، یک واحد کم کنند.

$$۳۹۹+۲۵۰=۶۴۹$$

$$۴۰۰+۲۵۰=۶۵۰$$

$$۶۵۰-۱=۶۴۹$$

در قسمت‌های دیگر این فعالیت نیز مقایسه، جمع و تفریق، ضرب و تقسیم با عددهای تقریبی و با به کار بردن روش‌های مختلف محاسبه تمرین می‌شود.

در قسمت کار در کلاس نیز همان تمرین‌ها به صورت‌های مختلف تکرار شده است. توجه داشته باشید که این تمرین‌ها نمونه هستند و شما می‌توانید برای کسب مهارت، تمرین‌های بیشتری در کلاس مطرح کنید.

البته انتظار می‌رود مسائل ارائه شده در خصوص تقسیم، با توجه به عدم آموزش تقسیم اعداد چند رقمی بر چند رقمی در پایه‌های قبل، در سطح ارائه شده در کتاب باشد و بیشتر بر استفاده از روش‌های کلامی و محاسبه ذهنی تأکید داشته باشند.

## فعالیت پیشنهادی

اهداف : توسعه مهارت خواندن و نوشتن اعداد تا ده رقم

زمان : ۲۰ دقیقه

وسایل مورد نیاز : ۴ برگ کاغذ A۴

### شرح فعالیت

- ۱- چهار ورق کاغذ A۴ را به گونه‌ای برش دهید که ۱۲۰ نوار کاغذی به دست آید (هر کاغذ ۳۰ نوار).
- ۲- دانش‌آموزان را در گروه‌های سه نفره قرار دهید و در اختیار هر فرد ۳ یا ۴ نوار کاغذی قرار دهید (با توجه به تعداد دانش‌آموزان).
- ۳- از دانش‌آموزان بخواهید که به دلخواه خود در روی هر نوار کاغذی یک عدد ۹ رقمی نوشته و آن را با، سه رقم سه رقم جدا کنند. مثال :

۱۲۳ , ۰۳۷ , ۶۵۴

- ۴- سپس اعضای گروه نوارهای کاغذی خود را پشت روی میز قرار داده و به ترتیب هر نفر یک نوار را برداشته و عدد روی آن را می‌خواند. در صورتی که درست بخواند و دو نفر دیگر اعضای گروه درستی کار او را تأیید کنند، یک امتیاز برای خودش ثبت می‌کند.
- ۵- نفر بعدی همین کار را تکرار می‌کند و بازی تا آنجا ادامه می‌یابد که همه نوارهای کاغذی خوانده شوند.
- ۶- اعضای گروه امتیازهای خود را مقایسه می‌کنند. فردی که بیشترین امتیاز را کسب کرده توسط اعضای دیگر گروه تشویق می‌شود.
- ۷- سپس کل افرادی که بیشترین امتیاز را آورده‌اند توسط سایر دانش‌آموزان تشویق می‌شود.

۸- در صورت صلاحدید معلم بازی به صورت زیر ادامه می‌یابد دانش‌آموزان کلاس به دو گروه تقسیم می‌شوند و دو گروه با یکدیگر به صورت زیر مسابقه می‌دهند. توسط معلم یک عدد ۹ رقمی روی تابلو ثبت می‌شود و به ترتیب هر یک از اعضای گروه عدد مورد نظر را می‌خوانند (انتخاب پاسخ دهنده بر عهده معلم می‌باشد) و در صورت درست بودن یک امتیاز کسب می‌کنند. گروهی که بالاترین امتیاز را بیاورد توسط گروه دیگر تشویق می‌شود.

### توصیه :

۱- این فعالیت می‌تواند بجای فعالیت ۱ صفحه ۲ کتاب درسی، در صورت صلاحدید معلم اجرا شود.

۲- در بند ۸ معلم می‌تواند بجای نوشتن عدد نه رقمی، بعضی مواقع عدد را در جدول ارزش مکانی نمایش دهد و یا از دانش‌آموزان بخواهد پس از خواندن عدد، آن را در جدول ارزش مکانی نمایش داده و به صورت کلامی بنویسند.

## حل بعضی از تمرین‌ها

تمرین اول این قسمت باهدف انجام محاسبه‌های ساده و یافتن راهبرد مناسب برای حل مسئله شروع شده و پاسخ آنها عبارت‌اند از :

	۲	
۳	۱	۴
	۵	

	۱	
۴	۳	۲
	۵	

	۱	
۳	۵	۲
	۴	

در این سؤال، مهم پیدا کردن عددی است که در خانه وسط قرار می‌گیرد.

## توصیه‌های آموزشی

- ۱- پرداختن به مصادیق مختلف عددهای تا صد میلیون از هدف‌های اصلی این درس است.
  - ۲- به رابطه‌های بین رقم‌ها بیشتر توجه کنید. برای مثال ۱۰۰ تا ۱۰۰۰۰ می‌شود یک میلیون و یا ۱۰ تا ۱۰۰ هزار تا می‌شود یک میلیون.
  - ۳- محاسبه‌های ذهنی نیز در این درس بسیار توصیه می‌شود. تمرین‌های مشابه سؤال‌های زیر را با دانش‌آموزان زیاد انجام دهید.
- $200 \times 30000 =$        $300 \times \text{هزار } 100 =$        $\text{نصف ده هزار} =$   
 $4 \text{ برابر } 50000 =$        $\text{نصف } 10 \text{ میلیون} =$        $\text{دو برابر } 100 \text{ هزار} =$
- ۴- کار با ماشین‌حساب برای حل مسئله‌ها نیز توصیه می‌شود. این کار باعث می‌شود به راحتی سؤال‌ها و مسئله‌های واقعی طرح کنید و نگران انجام محاسبه نباشید.

### بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

- ۱- یکی از مهم‌ترین اشکالات دانش‌آموزان در نوشتن و خواندن عددهایی است که بعضی از رقم‌هایشان صفر است. این اشکال در مقایسه با گسترده نویسی و حتی محاسبه جمع، تفریق، ضرب و تقسیم نیز مشاهده می‌شود.
- ۲- تفاوت بین ارزش یک رقم و مقایسه آن با ارزش رقم دیگر با مقایسه خود رقم‌ها بدون در نظر گرفتن ارزش آنها از دیگر موارد بدفهمی‌ها محسوب می‌شود.

### معرفی میلیارد

#### اهداف

- ۱- خواندن و نوشتن عددهای تا طبقه میلیارد
  - ۲- درک رابطه بین رقم‌های مختلف با توجه به جدول ارزش مکانی
  - ۳- درک و تصور درست از عددهای میلیاردی و بیان مصادیق
  - ۴- گسترده نویسی، مقایسه، عددهای تقریبی و نمایش روی محور و درک رابطه بین آنها
  - ۵- کار با ماشین حساب و انجام محاسبات عددی
- ابزارهای موردنیاز :
- ۱- مکعب‌های کوئیزنر (یکی، ده تایی، صد تایی و هزار تایی)
  - ۲- پول
  - ۳- کارت رقم (۰ تا ۹) به تعداد موردنیاز

#### روش تدریس

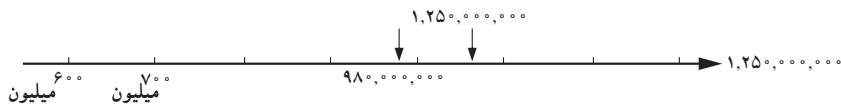
این درس در امتداد درس قبلی است با این تفاوت که طبقه میلیارد به جدول ارزش مکانی اضافه می‌شود. سبک آموزش این درس مشابه آموزش هزار و میلیون است. در صورتی که وسایل مربوط به مکعب‌های کوئیزنر را در اختیار دارید، کار با آنها را شروع کنید، در غیر این صورت از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت کتاب را انجام دهند. هدف این فعالیت معرفی میلیارد به طرق مختلف است. همچنین به درک بهتر رابطه بین رقم‌ها در جدول ارزش مکانی کمک می‌کند. هر اتفاقی برای یافتن عدد ۱۰۰۰ افتاده است برای ۱۰۰۰ تا ۱۰۰۰ تایی یا یک میلیون می‌افتد. همین اتفاق برای ۱۰۰۰ تا یک میلیون یعنی میلیارد نیز خواهد افتاد. بدین ترتیب دانش‌آموزان تصور خوبی از رابطه بین آنها پیدا می‌کنند و



ارزش مکانی  $10^1$  تا  $10^0$  تا و همچنین طبقه‌های یکی، میلیون و میلیارد را بهتر درک می‌کنند. در سؤال سوم نیز با الگوهای عددی مختلف عدد یک میلیارد به طرق گوناگون ساخته می‌شود تا دانش‌آموزان برای نمایش آن عدد در جدول ارزش مکانی در سؤال چهارم آماده شوند.

در کار در کلاس تلاش شده است تا دانش‌آموزان با مصادیق مختلف میلیارد از جمله جمعیت و پول آشنا شوند. در فعالیت دوم این درس نمایش تقریبی عددها روی محور به درک بهتر عددهای تقریبی و شمردن چند تا چند تا در حدود عددهای طبقه میلیارد کمک می‌کند.

به عنوان نمونه، حل یکی از محورهای ارائه شده در این فعالیت به صورت زیر است. البته اعداد نقاط مشخص شده و نقاط مربوط به اعداد، تقریبی است و پاسخ دانش‌آموزان اگر نشان‌دهنده درک صحیح آنان از مقدار تقریبی اعداد و محل تقریبی اعداد روی محور باشد، صحیح هست.



درواقع دانش‌آموزان با گسترده نویسی و مقایسه عددها نیز دست ورزی خواهند کرد. در کار در کلاس دوم این درس یک نوآوری در نمایش جمع و تفریق عددها صورت پذیرفته است تا دانش‌آموزان بدون نیاز به نوشتن صفرها عددها را راحت‌تر جمع و تفریق کنند. در انجام تفریق نیز باید از اینکه یک میلیارد همان  $1000$  میلیون است استفاده کنند.

## فعالیت پیشنهادی

### اهداف :

- درک مفهوم میلیارد
- درک رابطه بین هر مکان با مکان بعدی در جدول ارزش مکانی
- زمان : ۲۵ دقیقه

وسایل مورد نیاز : کاغذ  $A4$  به تعداد  $\frac{1}{4}$  کل دانش‌آموزان، برگه ضمیمه شماره ۱ به تعداد دانش‌آموزان

## شرح فعالیت

۱- دانش‌آموزان را در گروه‌های سه نفره قرار دهید. در اختیار هر فرد  $\frac{1}{4}$  کاغذ A۴ قرار دهید. سپس روی تابلوی کلاس مطالب زیر را نوشته و از دانش‌آموزان بخواهید که آنها نیز مانند شما این مطالب را روی برگه خود ثبت کنند.

۱۰۰۰	میلیارد
۱,۰۰۰,۰۰۰	ده هزار
۱۰,۰۰۰	میلیون
۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰	صد هزار
۱,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰	صد میلیون
۱۰۰,۰۰۰	هزار
۱۰,۰۰۰,۰۰۰	ده میلیون

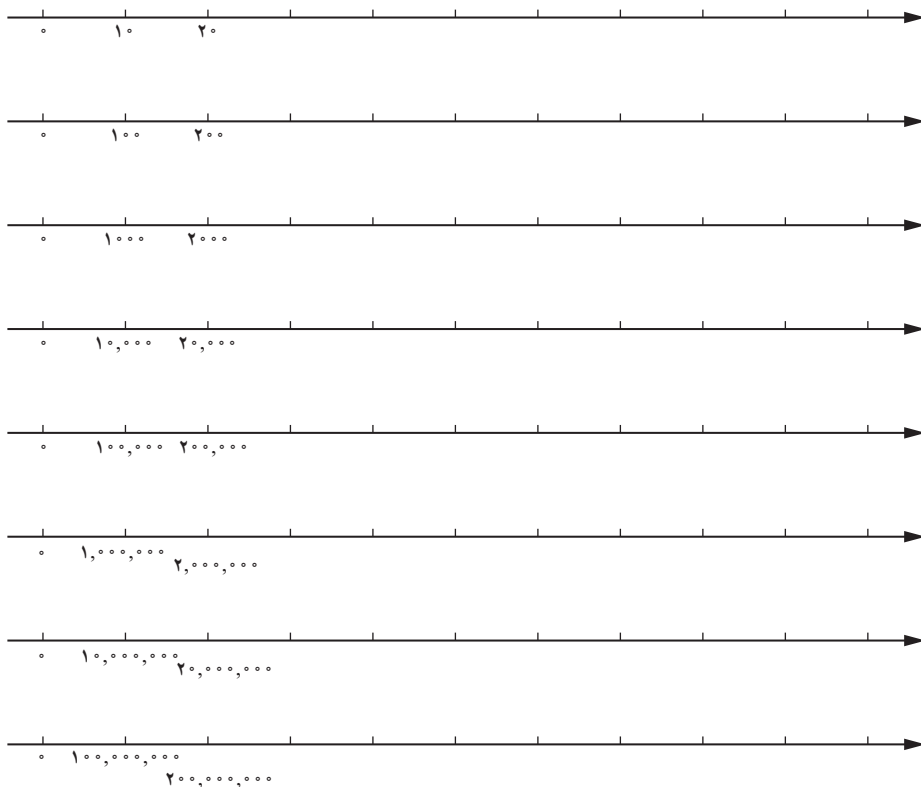
- ۱- سپس هر عدد را به نام مربوط به آن عدد وصل کنند. مثلاً هزار  $\rightarrow ۱۰۰۰$
  - ۲- اعضای هر گروه نوشته‌های خود را با یکدیگر مقایسه می‌کنند و اشکالات را برطرف می‌کنند.
  - ۳- از اعضای گروه‌ها سؤال می‌شود کدام عدد برایتان جدید بود.
  - ۴- از اعضای گروه‌ها سؤال می‌شود تشابه و تفاوت ارقام این عدد با ارقام عدد میلیون چیست؟ (تعداد صفرها با تعداد یک هر عدد مقایسه می‌شود)
  - ۵- از اعضای گروه‌ها خواسته می‌شود که با مشورت با یکدیگر این عدد را در جدول ارزش مکانی که معلم روی تابلوی کلاس ثبت کرده است قرار دهند.
  - ۶- با کمک دانش‌آموزان عدد میلیارد معرفی می‌شود.
  - ۷- در اختیار هر دانش‌آموز برگ ضمیمه شماره ۱ را که قبلاً تکثیر کرده‌اید قرار دهید و از آنها بخواهید تا جاهای خالی را پر کنند.
  - ۸- از اعضای گروه‌ها خواسته می‌شود برگه‌های خود را با دیگر اعضای گروه مقایسه و اشتباهات را اصلاح کنند.
  - ۹- یکی از گروه‌ها کار خود را به کلاس ارائه می‌کند و سایر گروه‌ها اظهار نظر می‌کنند.
- توصیه :

۱- این فعالیت می‌تواند (در صورت صلاح دید معلم) بجای فعالیت ۱ صفحه ۶ کتاب درسی

اجرا شود.

۲- برای تعمیق بیشتر مفهوم می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید که تعداد ثانیه‌هایی که از عمر آنها می‌گذرد را با ماشین حساب محاسبه کرده و بیان کنند. سپس بگویند اگر ده سال به عمر آنها اضافه شود چند ثانیه عمر کرده‌اند (بدون استفاده از ماشین حساب).

در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.



با استفاده از محورهای بالا به سؤالات زیر پاسخ دهید.

- |  |                                       |
|--|---------------------------------------|
| (ب) ۱۰ تا ۱۰۰ تایی می‌شود .....        | (آ) ۱۰ تا ۱۰ تایی می‌شود .....        |
| (ت) ۱۰ تا ۱۰,۰۰۰ تایی می‌شود .....     | (پ) ۱۰ تا ۱۰۰۰ تایی می‌شود .....      |
| (ج) ۱۰ تا ۱۰۰۰,۰۰۰ تایی می‌شود .....   | (ث) ۱۰ تا ۱۰۰,۰۰۰ تایی می‌شود ...     |
| (ح) ۱۰ تا ۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰ تایی می‌شود .... | (چ) ۱۰ تا ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ تایی می‌شود .... |

## حل بعضی از تمرین‌ها

مهم‌ترین تمرین این قسمت همان سؤال اول است. دانش‌آموزان در کلاس سوم یاد گرفته‌اند که ۱۰۰۰ کاغذ به‌طور تقریبی ضخامتی معادل ۱۰ سانتی‌متر خواهد داشت. در سال چهارم نیز برای یک میلیون کاغذ محاسبه را انجام داده‌اند. حالا در این سؤال ضخامت یک میلیارد کاغذ را محاسبه می‌کنند. توجه داشته باشید که هر ۱۰۰ کاغذ به‌طور تقریبی یک سانتی‌متر ضخامت خواهد داشت بنابراین:

$$\text{کیلو متر } ۱۰۰ = \text{متر } ۱۰۰۰۰۰ = \text{سانتی متر } ۱۰۰۰۰۰۰ = \text{ضخامت کاغذها } ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰$$

به عبارت دیگر اگر یک میلیارد کاغذ را روی هم بگذاریم به‌طور تقریبی ضخامتی معادل ۱۰۰

کیلو متر خواهد داشت!

در حل سؤال ۴، دانش‌آموزان می‌توانند ابتدا جمعیت کشورها را با تقریب مورد نظر تقریب بزنند، سپس حاصل جمع آنها را به عنوان حاصل به دست آورند، یا اینکه جمعیت کشورها را ابتدا با هم جمع کنند و سپس حاصل جمع را با تقریب مورد نظر تقریب بزنند. هر دو روش صحیح هست و آنچه مهم است این است که دانش‌آموزان درک درستی از تقریب داشته باشند و بتوانند اعداد را با تقریب مورد نظر تقریب بزنند. در تقریب اعداد نیز دانش‌آموزان هم می‌توانند با حذف رقم‌های بعد از مقدار تقریب و صفر گذاشتن به جای آن مقدار تقریبی را به دست آورند، مانند:

$$۷۸,۴۲۰,۰۰۰ \xrightarrow{\text{با تقریب یک میلیون}} ۷۸,۰۰۰,۰۰۰$$

$$۷۸,۴۲۰,۰۰۰ \xrightarrow{\text{با تقریب } ۱۰۰ \text{ هزار}} ۷۸,۴۰۰,۰۰۰$$

و هم می‌توانند با توجه به رقم بعد از مقدار تقریب و بر مبنای رقم بعد از تقریب (اگر ۵ یا بالاتر از ۵ بود یک واحد به مقدار تقریب اضافه می‌شود و بقیه رقم‌ها صفر می‌شود و اگر کمتر از ۵ بود رقم‌های بعد از تقریب صفر می‌شود) مقدار تقریبی را با تقریب خواسته شده به دست آورند، مانند:

$$۱۷,۶۱۰,۰۰۰ \xrightarrow{\text{با تقریب یک میلیون}} ۱۸,۰۰۰,۰۰۰$$

$\swarrow$  رقم بعد از تقریب     $\searrow$  رقم تقریب

$$۱۷,۶۱۰,۰۰۰ \xrightarrow{\text{با تقریب } ۱۰۰ \text{ هزار}} ۱۷,۶۰۰,۰۰۰$$

$\swarrow$  رقم بعد از تقریب     $\searrow$  رقم تقریب

## توصیه‌های آموزشی

مهم‌ترین توصیه در این قسمت به آموزگاران محترم کلاس پنجم این است که برای تدریس بهتر این قسمت باید درس‌های هزار و میلیون را از کتاب‌های سوم و چهارم دبستان با دقت مطالعه کنید تا با نحوه تدریس آنها در سال‌های قبل آشنا شده و بدانید که دانش‌آموزان با چه اندوخته‌ای به کلاس پنجم دبستان وارد شده‌اند. توصیه‌های درس قبل نیز در این درس مورد تأکید است.

### بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

داشتن تخمین و درک مناسب عددهای در حدود یک میلیارد برای دانش‌آموزان مشابه بزرگ‌ترها کار دشواری است و لازم است در این خصوص تمرین‌های مختلف و متنوعی انجام دهید.

### جمع و تفریق عددهای مرکب

#### اهداف

- ۱- آشنایی با عددهای مرکب زمان
  - ۲- ادامه دادن الگوهای عددی مرکب مربوط به زمان
  - ۳- جمع و تفریق عددهای مرکب (زمان)
  - ۴- حل مسئله‌های مربوط به زمان
  - ۵- آشنایی با سایر عددهای مرکب
  - ۶- درک این موضوع که در سایر عددهای مرکب مبنای دسته‌بندی عددها تفاوت می‌کند.
- ابزارهای موردنیاز :
- ۱- ساعت عقربه‌ای
  - ۲- ساعت دیجیتالی
  - ۳- ترازو و وزنه‌های ۱، ۱۰، ۱۰۰ و ۱۰۰۰ گرمی
  - ۴- متر پارچه‌ای و خط کش

#### روش تدریس

هدف اصلی این درس معرفی عددهای مرکب (زمان) است. در قسمت اول ضمن آشنا کردن دانش‌آموزان با عددهای مرکب مربوط به ساعت، دقیقه و ثانیه، جمع و تفریق آنها نیز آموزش داده می‌شود. در بخش دوم توجه دانش‌آموزان به اینکه عددهای مرکب را به صورت‌های دیگر نیز می‌توان به کار برد، جلب می‌شود. هدف این است که دانش‌آموزان متوجه شوند در این نوع عددهای مرکب رابطه

بین عددها  $۶۰^{\circ}$  تا  $۶۰^{\circ}$  تائیس و متناسب با موضوع این عددها تفاوت می‌کنند. بدون هیچ مقدمه‌ای فعالیت اول کتاب را انجام دهید. در سؤال اول ضمن یادآوری نمایش زمان به صورت‌های مختلف، عدد مرکب معرفی می‌شود. در سؤال‌های ۲ و ۳ این فعالیت، درواقع با کمک الگویابی جمع عددهای مرکب آموزش داده می‌شوند. وقتی عدد بعد از  $۱:۴۰^{\circ}$  به صورت ۲ و عدد بعدی به صورت  $۲:۲۰^{\circ}$  نوشته می‌شود. در حقیقت دانش‌آموزان یاد گرفته‌اند که باید هر  $۶۰$  دقیقه را به یک ساعت تبدیل کنند. در پاسخ به سؤال ۳ لازم است دانش‌آموزان چگونگی به دست آوردن حاصل را به صورت کلامی بنویسند. برای تکمیل موضوع، سؤال ۴ به صورت‌های مختلف جمع دو عدد مرکب را نمایش داده است تا موضوع جمع‌بندی و نهایی شود. در سؤال ۵ نیز نمونه‌ای از تفریق مطرح شده است.

کار در کلاس این قسمت نیز به جمع و تفریق و انجام مسئله‌های مربوط به زمان اختصاص یافته است. در بخش دوم کار با یک فعالیت و کار در کلاس دیگر انجام شده است. در این دو قسمت نمونه‌های دیگری از عددهای مرکب با واحدهای جرم، طول و زمان مطرح شده است تا دانش‌آموزان علاوه بر آشنایی با آنها به نحوه دسته‌بندی (ساختن دسته کناری) توجه کنند.

### حل بعضی از تمرین‌ها

در قسمت آخر سؤال ۱ تمرین، خواسته شده است که با توجه به جدول بالا، دانش‌آموزان مسئله‌ای را طرح کنند و سپس آن را حل کنند. با توجه به نقش و اهمیت طرح مسئله در یادگیری مفاهیم مختلف ریاضی، از همکاران محترم انتظار می‌رود بر حل این قسمت از سؤال و ارائه مسائل مشابه در کلاس درس تأکید ویژه‌ای داشته باشند.

در سؤال ۶ قسمت تمرین، روشی برای تخمین زدن تعداد دانه‌های برنج مطرح شده است. به‌طور کلی برای چنین محاسبه‌هایی دو روش وزنی و حجمی وجود دارد. در روش اول وزن (برای مثال  $۱۰$  گرم) تعدادی برنج گرفته شود و با شمردن تعداد آنها مقدار یک کیلوگرم و یا هر وزن موردنظر دیگر پیدا می‌شود. در روش حجمی از پیمانه کردن استفاده می‌شود. برای مثال با  $۱۰$  تا قاشق غذاخوری یک لیوان و با  $۱۰$  تا لیوان یک کیلوگرم برنج به دست می‌آید (عددها ذهنی و تقریبی هستند). در این صورت با شمردن تعداد برنج‌های یک قاشق می‌توان تعداد برنج‌های یک کیلوگرم را پیدا کرد.

## توصیه‌های آموزشی

۱- برای یادآوری خواندن و نمایش زمان‌های مختلف می‌توانید از انواع ساعت‌ها استفاده کنید.

۲- در حل مسئله‌های مربوط به زمان نیز در صورت لزوم از ساعت‌های عقربه‌ای کمک بگیرید تا درک بهتری ایجاد شود.

### بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

عمده بدفهمی دانش‌آموزان در جمع و تفریق عددهای مرکب است که نمونه‌های آن در کار در کلاس و تمرین‌ها ارائه شده است. بحث در مورد آنها به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا خودشان آن اشتباهات را تکرار نکنند.





### الگوها

#### اهداف

- ۱- درک تمایز و تفاوت موجود بین محیط و مساحت شکل با کمک الگوهای هندسی
- ۲- درک رابطه بین شکل‌ها و عددها در الگوها برای پیدا کردن شکل‌ها یا عددهای

#### بعدي

- ۳- آشنایی با الگوی عددهای مثلثی و مربعی
  - ۴- ادامه دادن یک الگو و یا طرح یک الگوی عددی یا هندسی
- ابزارهای موردنیاز:

- ۱- صفحه شطرنجی مربعی یک سانتی‌متری
- ۲- چوب‌کبریت برای ساختن الگوها
- ۳- صفحه‌های شطرنجی مربعی، مثلثی و شش‌ضلعی منتظم

#### روش تدریس

هدف اصلی این درس الگویابی است اما در ضمن آن بعضی از مفاهیم نیز مرور می‌شوند. در فعالیت بخش اول دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که چگونه شکل‌هایی که یک محیط دارند می‌توانند مساحت‌های مختلف داشته باشند. درک این موضوع در قالب یک الگوی هندسی شکل گرفته است تا دانش‌آموزان بین محیط شکل‌های مختلف با مساحت‌های گوناگون رابطه برقرار کنند و بتوانند برای شکل‌های بعدی بدون رسم آنها پاسخ موردنظر را پیدا کنند. همین هدف در سؤال‌های کار در کلاس این قسمت نیز دیده می‌شود.

در ضمن این الگوها در واقع مفهوم متناسب بودن و تناسب نداشتن نیز مطرح شده است. در سؤال اول، تعداد چوب کبریت‌ها با شماره شکل‌ها متناسب است اما در سؤال دوم این اتفاق نمی‌افتد به همین دلیل ضرب کنار جدول را نمی‌توان نوشت. این سؤال‌ها که در قالب الگویابی مطرح شده است زمینه مناسبی برای آموزش تناسب مطرح می‌کند.

در بخش دوم این درس الگوی عددهای مثلثی و مربعی معرفی می‌شوند. با توجه به اینکه این الگوهای عددی به خصوص عددهای مربع کامل در آینده ریاضی دانش‌آموزان کاربرد دارد، دانستن نام آنها خالی از لطف نیست اما نباید بیش از حد به آن پرداخته شود. در کار در کلاس هم همان الگوها به شکل دیگری دنبال می‌شود.

علت نامگذاری الگوی عددهای مثلثی به این نام، این موضوع می‌باشد که در این الگو، در هر مرحله‌ای به تعداد هر مرحله‌ای، به شکل‌های مرحله قبل اضافه می‌شود. بنابراین شکل حاصل به صورت هرمی است که در هر مرحله‌ای به قاعده‌های هرم اضافه می‌شود و شکلی مثلثی حاصل می‌شود. به همین دلیل به این الگوها، الگوی عددهای مثلثی می‌گویند. الگوهای عددهای مربعی نیز به دلیل اینکه تعداد شکل‌ها در هر مرحله‌ای می‌توانند ضلع‌های مربعی باشند، اعداد مربع کامل (مجذور کامل) هستند، الگوی عددهای مربعی نامگذاری شده‌اند.

### حل بعضی از تمرین‌ها

در سه تمرین ابتدای این درس علاوه بر آنکه دانش‌آموزان شکل‌های بعدی را رسم می‌کنند باید رابطه بین شکل‌ها را کشف کنند تا به کمک آن بتوانند شکل مورد نظر (برای مثال دهم) را بدون رسم شمارش کنند و تعداد مربع‌های کوچک آن را بیان کنند برای مثال در سؤال اول تعداد مربع‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$1+2 \times (\text{شماره شکل})$$

در سؤال ۲، فرمول پیدا کردن تعداد مربع‌های هر مرحله براساس شماره مرحله‌ها به صورت زیر هست:

$$2 \times (2 + \text{شماره شکل}) \text{ یا } 4 + (2 \times \text{شماره شکل})$$

در سؤال ۳ نیز تعداد مربع‌های هر شکل براساس شماره مرحله با استفاده از رابطه  $1 + (\text{شماره شکل} \times \text{شماره شکل})$  به دست می‌آید.

## توصیه‌های آموزشی

- ۱- در طرح سؤال‌های مربوط به الگویابی، سطح دانش‌آموزان در نظر گرفته شود و متناسب با آن سؤال و تمرین داده شود.
- ۲- طرح کردن الگو نیز از اهداف مهم این درس است که می‌تواند مورد سؤال واقع شود.
- ۳- به نام‌های الگوی عددی مثلثی و مربعی بیش از حد تأکید نکنید. هدف الگویابی است نه نامگذاری و سؤال‌های پیچیده‌ای که هدف و کاربرد خاصی را دنبال نمی‌کند.

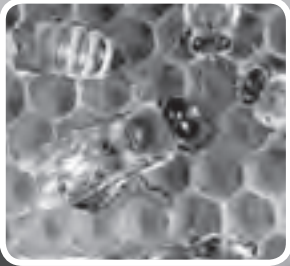
### بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

مهم‌ترین بدهمی این است که دانش‌آموزان بین دو جمله متوالی یک الگو، رابطه‌ای کشف می‌کنند و بدون آنکه آن را برای جمله‌های دیگر الگو آزمایش کنند به کار می‌برند. درحالی‌که ممکن است آن رابطه برای جمله‌های بعدی صدق نکند. برای رفع این مشکل همیشه رابطه بیان‌شده در تمام جمله‌های الگو را امتحان کنید و این کار را به دانش‌آموزان آموزش دهید.

هدف از ارائه مرور فصل در پایان هر فصلی، جمع‌بندی و فراهم آوردن فرصتی برای تثبیت و تعمیق مطالب ارائه شده در فصل هست. مرور فصل‌ها از چهار بخش اصلی فرهنگ نوشتن، تمرین، معما و سرگرمی و فرهنگ خواندن تشکیل شده است. هدف از فرهنگ نوشتن فراهم آوردن فرصتی برای بیان مفاهیم آموخته شده در فصل به صورت کلامی و به زبان خود دانش‌آموز و توسط وی هست. در بخش تمرین سعی شده است نمونه‌هایی از تمرینات ارائه شده در درس‌های قبل، آورده شود. معما و سرگرمی فرصتی را برای دانش‌آموزان فراهم می‌کند تا با استفاده از مفاهیم ارائه شده در درس، به حل معماهایی که علاوه بر دارا بودن محتوای ریاضی، جنبه سرگرمی و بازی را نیز دارند، بپردازند. این امر موجب آن می‌شود که ضمن عمق بخشی به یادگیری، دانش‌آموزان از لذت کار با ریاضی بهره‌مند شوند. در فرهنگ نوشتن، هدف ارتقاء سطح توانایی خواندن و درک متون مرتبط با مفاهیم ریاضی هست.

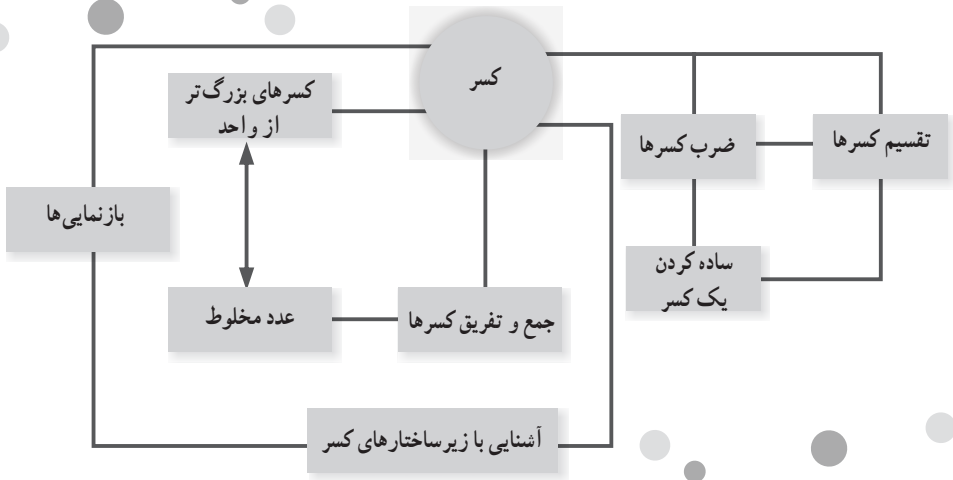
# ۲

## کسر



### نگاهی کلی به فصل

این فصل شامل ۵ درس است. درس اول به معرفی کسرهای بزرگ‌تر از واحد می‌پردازد. همچنین روش تبدیل یک عدد مخلوط به کسر و نیز روش تبدیل یک کسر بزرگ‌تر از واحد به عدد مخلوط آموزش داده می‌شود. درس دوم به جمع و تفریق عددهای مخلوط اختصاص دارد که در قالب فعالیت و به کمک بازنمایی‌ها و روش‌های مختلف آموزش انجام می‌گیرد. در درس سوم ضرب کسرها در سه وضعیت ضرب یک عدد طبیعی در یک کسر، ضرب یک کسر در یک عدد طبیعی و ضرب دو کسر در یکدیگر آموزش داده می‌شود. در درس چهارم دانش‌آموزان تقسیم کسرها را فرا می‌گیرند. لازم به ذکر است که بخشی از آموزش تقسیم دو کسر در پایه ششم ادامه خواهد یافت. در آخرین درس فصل ۲ به ضرب عددهای مخلوط پرداخته می‌شود، همچنین در مورد ساده کردن کسرها نیز روش‌هایی مطرح می‌شود.



### تصویر عنوانی

تصویر عنوانی به موضوع ضرب دو کسر اختصاص دارد. تصویر از دنیای پیرامون و مربوط به زندگی واقعی است و اشاره به سهم زنبورها در گرده‌افشانی حشرات دارد. هدف این تصویر علاوه بر ایجاد ارتباط بین ریاضیات و خلقت، نشان دادن اهمیت و مفید بودن آموختن این پدیده‌هاست. همان‌گونه که در متن تصویر ذکر شده است از زنبور عسل درس‌های مفید زیادی را می‌توان فرا گرفت. در صورت فرصت و انگیزه می‌توان از دانش‌آموزان خواست در مورد این درس‌ها تحقیق کنند.

### دانستنی‌هایی برای معلم

#### زیر ساختارهای کسر<sup>۱</sup>

برخی از محققان عقیده دارند که کسرها ساختار چند لایه‌ای دارند و درک مفهوم کسر به درک پنج زیر ساختار جزء به کل، نسبت، عملگر، خارج قسمت و اندازه، و الحاق<sup>۲</sup> آنها به یکدیگر وابسته

۱- مطالب این بخش از منبع زیر اقتباس شده است:

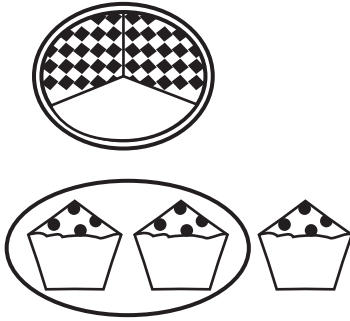
— دوستی، ملیحه. (۱۳۹۲). بررسی درک و فهم دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی از کسرها. پایان‌نامه کارشناسی ارشد دانشگاه تربیت

دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه، تهران.

۲-confluence

است. شرح مختصری از این زیر ساختارها در ادامه ارائه شده است.

### زیر ساختار جزء به کل



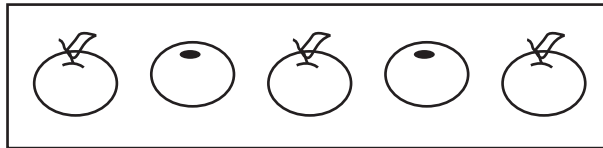
شکل ۱- نمایش کسر  $\frac{2}{3}$  در زیر ساختار جزء به کل

با افراز<sup>۱</sup> یک کمیت گسسته یا پیوسته به قسمت‌های هم‌اندازه و در نظر گرفتن قسمت‌هایی از آن، کسر به عنوان جزئی از کل حاصل می‌شود که به فرم  $\frac{a}{b}$  نوشته می‌شود. در زیر ساختار جزء به کل، کسر  $\frac{2}{3}$ ، به عنوان ۲ تکه پیتزا از یک پیتزا که به سه قسمت مساوی تقسیم شده است یا به عنوان ۲ عدد کیک کشمش از ۳ عدد کیک کشمش در نظر گرفته می‌شود (شکل ۱).

اگر چه مطالعات نشان داده‌اند که دانش‌آموزان با درکی غیر رسمی از رابطه جزء به کل به کلاس درس می‌آیند، زیر ساختار جزء به کل، نباید به تنهایی برای بیان مفهوم کسر تدریس شود. دانش‌آموزانی که تنها با زیر ساختار جزء به کل در کسرها آشنا می‌شوند، به اندازه کافی نمی‌توانند دیگر مفاهیم کسر را توسعه دهند.

### زیر ساختار نسبت

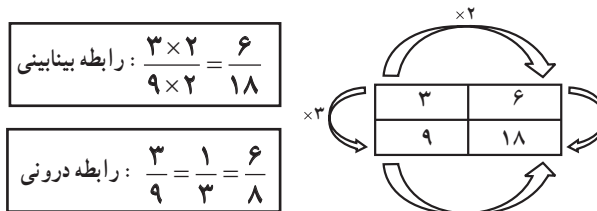
در زیر ساختار نسبت، کسر مقایسه بین دو کمیت را بیان می‌کند و به عنوان یک شاخص مقایسه‌ای در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، کسر در این زیر ساختار، عدد نیست. برای مثال، نسبت تعداد مثلث‌ها به تعداد لوزی‌ها یا نسبت تعداد پرتقال‌ها به تعداد سیب‌ها در یک ظرف میوه (شکل ۲).



شکل ۲- نمایش نسبت ۲ به ۳، کسر  $\frac{2}{3}$  در زیر ساختار نسبت

۱- افراز (Partitioning) در واقع، در نظر گرفتن یک کمیت مشخص و تقسیم آن به چند قسمت مساوی است.

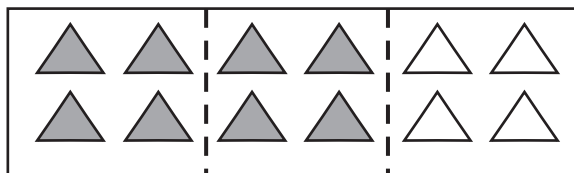
نولتینگ<sup>۱</sup> نسبت‌ها را به عنوان روابط بینابینی<sup>۲</sup> و درونی<sup>۳</sup> کسرها توصیف می‌کند. در رابطه بینابینی کسرها، بررسی رابطه بین حداقل دو نسبت، به الگوریتم «مخرج مشترک» منجر می‌شود. با ضرب یک عدد غیر صفر در دو کسیت صورت و مخرج در یک نسبت، دو نسبت هم‌ارز حاصل می‌شود. برای مثال، سه پیتزا برای ۹ نفر و شش پیتزا برای هجده نفر، نسبت‌های هم‌ارز هستند، چون سه ضربدر دو مساوی شش و ۹ ضربدر دو، مساوی هجده می‌شود. در رابطه درونی کسرها، همبستگی دو کسیت مجزا – که نسبت واحدی را در بر دارند – بررسی می‌شود. با بررسی نسبت‌های بین این دو کسیت دیده می‌شود که هر دو نسبتی که رابطه ضربی یکسانی دارند، هم‌ارز هستند. برای مثال، سه پیتزا برای ۹ نفر و شش پیتزا برای هجده نفر نسبت‌های هم‌ارز هستند، چون سه برابر سه، مساوی ۹ و شش برابر سه، مساوی هجده است. رابطه درونی برای تعیین مقدار نسبی یا اندازه نسبت به کار می‌رود. دو رابطه در شکل زیر (شکل ۳) نشان داده شده‌اند.



شکل ۳- رابطه بینابینی و درونی

### زیر ساختار عملگر

لامون عملگر را به عنوان یک تبدیل تعریف می‌کند که پاره‌خط‌ها را کوتاه یا بلند می‌کند، تعداد را در یک مجموعه از اشیاء، کاهش یا افزایش می‌دهد یا شکل‌ها را در صفحه هندسی و نقشه بزرگنمایی می‌کند. مفهوم عملگر می‌تواند در بردارنده تفکری جبری باشد همانند تابعی که شکل‌های هندسی یا مجموعه‌ای از اشیاء را تغییر می‌دهد. به عنوان مثال،  $\frac{2}{3}$  می‌تواند به عنوان دو – سوم از کمیتی درک شود.  $\frac{2}{3}$  از ۱۲ تا ۸، مثلث می‌شود (شکل ۴).



شکل ۴- نمایش  $\frac{2}{3}$  در زیر ساختار عملگر

زیرساختار عملگر به مفاهیم تناسب، ترکیب، همانی<sup>۱</sup> و وارون<sup>۲</sup> منجر می‌شود. در ضرب نیز به خواص گروه<sup>۳</sup> منجر می‌گردد. در وضعیت «گروهی از»<sup>۴</sup>، اولین کسر روی کسر دوم عمل می‌کند. برای مثال،  $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ ، می‌تواند به عنوان سه چهارم از نیمی از یک گروه در نظر گرفته شود، نتیجه این حاصل ضرب،  $\frac{3}{8}$  است. این نتیجه با تبدیل  $\frac{1}{2}$  به چهار قسمت مساوی و در نظر گرفتن سه قسمت از این قسمت‌ها حاصل می‌شود. مطرح کردن زیر ساختار عملگر در برنامه درسی، نه تنها «خواص جبری خاصی را برجسته می‌کند، به ویژه، به معکوس در ضرب<sup>۵</sup> و عضو خنثی<sup>۶</sup> مرتبط می‌شود، همچنین ورزیدگی در درک مفهوم توابع مرکب را مهیا می‌کند».

### زیر ساختار خارج قسمت

در زیر ساختار خارج قسمت، هر کسر به عنوان نتیجه یا خارج قسمت یک تقسیم در نظر گرفته می‌شود. به طور خاص، کسر  $\frac{x}{y}$  بر ارزش عددی به دست آمده از تقسیم  $x$  بر  $y$  دلالت می‌کند به طوری که  $x$  و  $y$ ، هر دو اعداد صحیح هستند و  $y \neq 0$ . مثلاً، کسر  $\frac{2}{3}$  می‌تواند به عنوان خارج قسمت  $2 \div 3$  یا نتیجه تقسیم دو پیتزا میان سه نفر، به طوری که به هر نفر،  $\frac{1}{3}$  از هر پیتزا یا  $\frac{2}{3}$  از کل پیتزاها می‌رسد، تفسیر شود.

زیرساختار خارج قسمت کسرها، به ایجاد مقادیر هم ارز منجر می‌شود. به این معنا، زمانی که  $\frac{9}{3}$  و  $\frac{1}{4}$  به عنوان وضعیت تقسیم محسوب شوند، به ترتیب نتایج، مقادیری هم ارز با ۳ و  $\frac{1}{4}$  هستند. همچنین معرفی کسرها به عنوان خارج قسمت به درک مفهوم عدد مخلوط یا کسره‌های بزرگ‌تر از «یک» منجر می‌شود. برای مثال، هنگام افراز یا تقسیم پنج پیتزا میان سه نفر، به هر نفر یک پیتزای کامل و دو سوم از پیتزای دیگر یا  $1\frac{2}{3}$  پیتزا می‌رسد. به جای دادن یک پیتزای کامل به اولین نفر، هر پیتزا می‌تواند به سه قسمت تقسیم شود. در این وضعیت، جواب  $\frac{5}{3}$  می‌شود و هر نفر پنج سوم پیتزا یا ۵ تکه را – که هر تکه یک سوم از هر پیتزا است – دریافت می‌کند.

### زیر ساختار اندازه

در زیر ساختار اندازه، کسر به عنوان یک عدد معرفی می‌شود که ویژگی کمی بودن کسرها را

۱- identity

۵- multiplicative inverse

۲- inverse

۶- identity elements

۳- group properties

۴- "groups of" situation



بیان می‌کند و به یک فاصله، اندازه‌ای را اختصاص می‌دهد. بدین منظور، کسری با صورت واحد (مانند  $\frac{1}{3}$ ) تعریف می‌شود و با تکرار این کسر از یک مبدأ معین، فاصله مورد نظر تعیین می‌شود. برای مثال  $\frac{2}{3}$  با فاصله  $\frac{1}{3}$  تا  $\frac{1}{3}$  واحد از مبدأ متناظر است (شکل ۵).



شکل ۵- نمایش  $\frac{2}{3}$  زیرساختار اندازه روی محور اعداد

افراز نقش بسزایی در درک زیر ساختار اندازه دارد. کسر به عنوان اندازه، فرایند تکرار<sup>۱</sup> را یکپارچه می‌سازد طوری که یک واحد به یک مجموعه مرکب از اندازه‌های مساوی مجزا افزاز می‌شود. مفهوم افزاز، به شکل‌گیری مفاهیم جبری عملیات و هم‌ارزی کسرها منجر می‌شود. برای مثال، در وضعیت جمع، مانند  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ ، فرایند جمع این کسرها به عنوان اندازه، به مختصات دو بردار به طول  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{4}$  نیاز دارد. این عمل به این صورت انجام می‌پذیرد که بردارها به دنبال هم قرار می‌گیرند و مکان حاصل جمع، جایی روی محور اعداد افزاز شده است که بردار دوم پایان می‌یابد. علاوه بر مفهوم واحد، مفاهیم هم‌ارزی و مرتب کردن نیز در این زیرساختار مطرح می‌شوند. هنگام افزاز واحد به سه قسمت و متعاقباً به شش قسمت، دیده می‌شود که یک ششم، نصف یک سوم است. پس دو ششم با یک سوم هم‌ارز است. این فرایند دست کم می‌تواند نشان دهد که زمان مرتب کردن اعداد از کم به زیاد، یک ششم قبل از یک سوم می‌آید.

## توسعه مفاهیم

یکی از اهداف مهم آموزش کسر، توسعه درک دانش‌آموزان از عدد می‌باشد. معمولاً دانش‌آموزان در سال‌های ابتدایی و متوسطه کسر را به عنوان یک عدد نمی‌پذیرند. درک کسر به عنوان یک عدد، کمک مناسبی به دانش‌آموزان در درک اعداد گویا خواهد کرد.

درک مفهوم کسر همچنین مقدمه‌ای برای درک مفاهیم دیگری مانند احتمال است. پژوهش‌ها نشان می‌دهند که بسیاری از مشکلات دانش‌آموزان در درک مفهوم احتمال به عدم درک درست آنها از کسر بازمی‌گردد.

<sup>۱</sup> - iteration process

درک مناسب از مفهوم کسر با توجه به چند لایه بودن این مفهوم، اهمیت زیرساختارهای پنج‌گانه کسر را بیش از پیش نمایان می‌سازد. توسعه درک مفهوم کسر به آموزش مناسب و متوازن این زیرساختارها مرتبط است.

## استفاده از ابزار و تکنولوژی

- ۱- در مورد کسر، برنامه‌ها و فعالیت‌های رایانه‌ای زیادی در دسترس است. بسیاری از این نرم‌افزارها با یک جست‌وجوی ساده در اینترنت قابل دریافت هستند به‌طور مثال در سایت [www.teachingideas.co.uk.maths](http://www.teachingideas.co.uk.maths) مجموعه‌ای از فایل‌های آموزشی، فعالیت‌ها، دست‌ورزی‌ها و تمرین‌ها قابل دانلود هستند. برخی از این مباحث شامل هم‌ارزی کسرها، اعداد مخلوط، ضرب و تقسیم کسرها، ارتباط کسرها و اعداد اعشاری، درصد و مسائل تکمیلی می‌باشد.
- ۲- استفاده از ابزارهای فیزیکی مانند کاغذ، مقوا و سایر ابزارهای ساخته شده برای آموزش کسرها، کمک زیادی به درک بهتر دانش‌آموزان از مفهوم کسر می‌کند. با استفاده از این وسایل و انواع بازی‌های مطرح شده در کتاب، دانش‌آموزان می‌توانند مسائلی در مورد جمع و تفریق کسرها، ضرب، تقسیم و ساده کردن کسرها و نیز زیرساختارهای مختلف کسر مطرح نمایند.
- ۳- سایت واحد تحقیق، توسعه و آموزش ریاضی

## نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

- ۱- هریک از عددهای مخلوط را به کسر تبدیل کنید.  
 $1\frac{7}{8}$  و  $9\frac{2}{5}$  و  $3\frac{1}{4}$
- ۲- هریک از کسره‌های زیر را به عدد مخلوط تبدیل کنید.  
 $\frac{27}{6}$  و  $\frac{35}{9}$  و  $\frac{49}{4}$  و  $\frac{18}{5}$
- ۳- عددهای زیر را از کوچک به بزرگ و از چپ به راست مرتب کنید.  
 $1\frac{1}{2}$  و  $1\frac{1}{5}$  و  $\frac{3}{4}$  و  $2$  و  $\frac{7}{3}$  و  $1\frac{2}{3}$

۴- حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

$$1\frac{2}{7} + 3\frac{1}{3} =$$

$$5\frac{1}{4} - 3 =$$

$$6\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} =$$

$$7 + 1\frac{1}{2} =$$

۵- حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید.

$$8 \times \frac{2}{4} =$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} =$$

$$\frac{3}{18} \times 2 =$$

۶- حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

$$3 \div \frac{1}{5} =$$

$$\frac{1}{4} \div 2 =$$

۷- کسرهای زیر را ساده کنید.

$$\frac{14 \times 3}{8 \times 6} =$$

$$\frac{24 \times 5}{20 \times 10} =$$

۸- کسرهای  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{4}{3}$  و  $\frac{2}{3}$  و  $\frac{1}{4}$  را روی محور اعداد مشخص کنید.

۹- سارا  $\frac{3}{5}$  از یک کتاب ۱۸۰ صفحه‌ای را خوانده است. با استفاده از این اطلاعات یک مسئله بنویسید و آن را حل کنید.

۱۰- نصف دانش‌آموزان یک کلاس ۱۲ نفرند.  $\frac{1}{3}$  دانش‌آموزان این کلاس چند نفرند؟

۱۱-  $\frac{1}{5}$  یک کیک پس از مهمانی باقی ماند. حامد روز بعد  $\frac{1}{3}$  مقدار باقی‌مانده را خورد.

اکنون چه کسری از کل کیک باقی مانده است؟

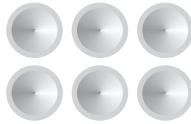
۱۲- فاطمه  $\frac{1}{2}$  پولش و هانیه  $\frac{1}{3}$  پول خودش را خرج کرد؛

دو عدد برای پول فاطمه و پول هانیه مثال بزنید که مقدار باقی‌مانده پول هر دو نفر مساوی شود.

۱۳- ۴ کارگر هر کدام  $\frac{3}{5}$  از دیوارها را نقاشی کردند. روی هم چه کسری از دیوارها نقاشی

شده است؟

۱۴- شکل زیر  $\frac{3}{4}$  تعدادی دایره را نشان می‌دهد. کل دایره‌ها را رسم کنید.



### معرفی منابع

۱- دوستی، ملیحه. (۱۳۹۲). بررسی درک و فهم دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی از کسرها. پایان‌نامه کارشناسی ارشد دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه، تهران.

۲- ربحانی، ابراهیم؛ بخشعلی‌زاده، شهرناز و دوستی، ملیحه (۱۳۹۳). بررسی درک دانش‌آموزان سال ششم ابتدایی از کسرها. فصلنامه علمی پژوهشی مطالعات برنامه درسی، ۳۴، ۱۶۴-۱۳۳.

۳- قربانی سی‌سخت، زینب (۱۳۸۸). بررسی اثر آموزش مبتنی بر بازنمایی‌های چندگانه روی درک دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی از کسرها. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه، تهران.

۴- Ma, L. (1999). Knowing and teaching elementary mathematics. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

چک لیست ارزشیابی (از اهداف هم کمک گرفته شود)

ردیف	بسیار خوب	خوب	قابل قبول	نیازمند تلاش
۱				کسر بزرگ تر از واحد را می شناسد.
۲				عدد مخلوط را به کسر بزرگ تر از واحد تبدیل می کند.
۳				کسر بزرگ تر از واحد را به عدد مخلوط تبدیل می کند.
۴				دو کسر با مخرج های نامساوی را می تواند جمع و تفریق کند.
۵				دو عدد مخلوط را می تواند با هم جمع یا تفریق کند.
۶				ضرب یک عدد طبیعی در کسر را درک می کند و می تواند آن را محاسبه کند.
۷				ضرب یک کسر در یک عدد را درک می کند و می تواند آن را محاسبه کند.
۸				دو عدد کسری (با مخرج غیر یک) را می تواند درهم ضرب کند.
۹				تقسیم دو عدد طبیعی بر یکدیگر را می تواند با کسر نمایش دهد.
۱۰				تقسیم یک عدد کسری بر یک عدد طبیعی را انجام می دهد.
۱۱				تقسیم یک عدد طبیعی بر یک عدد کسری را انجام می دهد.
۱۲				دو عدد مخلوط را در یکدیگر ضرب می کند.
۱۳				کسرها را می تواند ساده کند.
۱۴				می تواند کسرها را با یکدیگر مقایسه کند.

### کسر بزرگ تر از واحد

#### اهداف

۱- کسر بزرگ تر از واحد را درک و عدد مخلوط را به کسر بزرگ تر از واحد تبدیل می کند.

۲- کسر بزرگ تر از واحد را به عدد مخلوط تبدیل می کند.

۳- کسر بزرگ تر از واحد را به شیوه های مختلف نمایش می دهد.

ابزارهای مورد نیاز :

۱- محور اعداد

۲- کاغذ یا مقوا برای نمایش کسرها

#### روش تدریس

فعالیت با مرور مفهوم عدد مخلوط آغاز می شود و با استفاده از محور اعداد نمایش کسری یک عدد مخلوط آموزش داده می شود. همچنین با استفاده از بازنمایی های دیگر کسر و توجه به واحد (در کسر) معادل بودن یک عدد مخلوط و کسر نظیر آن آموزش داده می شود. سپس نحوه تبدیل یک عدد مخلوط به کسر (بزرگ تر از واحد) مفهوم بخشی می شود و در نهایت روشی برای تبدیل یک عدد مخلوط به کسر بزرگ تر از واحد نتیجه می شود. در کار در کلاس این فعالیت نیز ارتباط بین عدد مخلوط و کسر بزرگ تر از واحد در قالب تصاویر و بازنمایی های مختلف مورد پرسش واقع می شود. دومین فعالیت درس اول به آموزش تبدیل یک کسر بزرگ تر از واحد به عدد مخلوط می پردازد که لازم است این فعالیت به صورت تعاملی و با درگیر شدن دانش آموزان در انجام آن صورت گیرد نکته مهم این

است که این فعالیت به دنبال ایجاد یک درک مفهومی از کسر بزرگ‌تر از واحد و عدد مخلوط نظیر آن و سپس ارائه یک رویه برای تبدیل و کسر بزرگ‌تر از واحد به یک عدد مخلوط است. در کار در کلاس فعالیت دوم درس یک نیز این هدف دنبال می‌شود.

### حل یا راهنمای بعضی از تفریق‌ها

یکی از تفریق‌های چالش‌برانگیز درس اول تفریق ۹ است. البته راهنمایی این تفریق حل آن را کمی ساده‌تر می‌کند ولی مسئله مهم این است که دانش‌آموزان روش‌های مختلف درستی را برای انجام این تفریق ارائه می‌کنند. مثلاً عده‌ای ابتدا اعداد کوچک‌تر از ۱ را جدا می‌کنند و یا مثلاً عده‌ای دیگر به دنبال ساختن مخرج‌های برابر هستند. مقایسه و بررسی راه‌حل‌های درست و توضیح نادرستی راه‌حل‌های غلط در گفتمان کلاسی بسیار مفید و آموزنده خواهد بود.

### توصیه‌های آموزشی

توصیه می‌شود که از دادن تمرین‌های زیاد پرهیز شود و در عوض تمرین‌های موجود در کتاب با دقت بیشتری مورد بحث و بررسی قرار گیرد.

### بdfهمی‌های رایج دانش‌آموزان

یک بdfهمی رایج در مورد مقایسه کسرها این است که صورت و مخرج یک کسر ملاک مقایسه آن کسر با کسر دیگر است. این بر آن علت است که طرحواره اعداد طبیعی در ذهن دانش‌آموزان وجود دارد و مثلاً از نظر دانش‌آموز  $\frac{3}{10}$  از  $\frac{1}{4}$  بزرگ‌تر است چون ۳ از ۱ و ۱۰ از ۲ بزرگ‌تر است! همچنین ممکن است در تبدیل عدد مخلوط

$$\frac{3}{4} \text{ حاصل را به صورت } \frac{7}{4} \text{ بنویسند. (} 3 \times 1 + 4 = 7 \text{)}$$

### جمع و تفریق عددهای مخلوط

#### اهداف

- ۱- عددهای مخلوط را با یکدیگر جمع یا تفریق می‌کند.
- ۲- تفریق دو عدد مخلوط را در حالی که قسمت کسری عدد مخلوط دوم بیشتر از قسمت کسری عدد اول است انجام می‌دهد.
- ابزارهای مورد نیاز :
- ۱- محور اعداد
- ۲- کاغذ یا مقوا برای بازنمایی کسرها

#### روش تدریس

در اولین فعالیت این درس جمع ۲ عدد کسری با مخرج‌های نامساوی آموزش داده شده است. بهتر است از دانش‌آموزان خواسته شود که نحوه هم‌مخرج کردن کسرها را به کمک شکل‌ها توضیح دهند. با مقایسه و مشاهده راه‌حل‌ها، دانش‌آموزان باید به ایده‌ای برای هم‌مخرج کردن کسرهایی که به مخرج‌های آنها مضربی از یکدیگر نیستند برسند. در کار در کلاس بیشتر بر اجرای رویه فرا گرفته شده تأکید می‌شود. فعالیت دوم این درس به جمع و تفریق اعداد مخلوط اختصاص دارد و لازم است روش‌های داده شده مورد بررسی و بحث قرار گیرند. استفاده از شکل، جمع قسمت‌های صحیح و نیز تبدیل کردن به کسر ۳ روش ارائه شده در فعالیت مورد نظر است. همچنین برای تفریق دو عدد مخلوط در قسمت دوم این فعالیت محور اعداد نیز مطرح شده است. در کار در کلاس با ارائه مثال‌هایی از



دانش‌آموزان خواسته می‌شود که جمع و تفریق‌های مشابهی را خود انجام دهند. سومین فعالیت به تفریق دو عدد مخلوط که قسمت کسری عدد دوم بزرگ‌تر از قسمت کسری عدد اول است، ابتدا سعی شده است که موضوع به صورت یک چالش طرح شود و سپس به کمک محور اعداد و شکل و نیز تبدیل به کسر راه‌حل‌هایی ارائه شود.

## حل و راهنمایی برخی تمرین‌ها

در تمرین ۳ از دانش‌آموزان خواسته شده است که برای جمع داده شده مسئله‌ای را طرح کند. مناسب است که چند نمونه از مسائل مطرح شده توسط دانش‌آموزان در کلاس مورد بررسی قرار گیرد. بررسی موارد نادرست هم می‌تواند به رفع بسیاری از بدفهمی‌ها کمک نماید. از طرف دیگر ارائه مثال‌هایی از زندگی واقعی دانش‌آموزان ارتباط بهتری را با دنیای اطراف خود پیدا خواهند کرد.

## توصیه‌های آموزشی

باید به رشد متوازن و هماهنگ دانش مفهومی و رویه‌ای دانش‌آموزان توجه کرد. با آنکه توانایی محاسبه کردن ضروری است اما نباید بر آن متوقف ماند و تفکر و توضیح دادن در مورد مسائل ضروری است. گاهی اوقات دانش‌آموزان راه‌حل‌هایی را ارائه می‌کنند که در کتاب ذکر شده است. بررسی و تصحیح و تکمیل این راه‌حل‌ها بسیار آموزنده خواهد بود.

## بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

یک نمونه بسیار رایج از اعداد مخلوط از بدفهمی‌های دانش‌آموزان در تمرین ۵ ارائه شده است. نمونه‌ای دیگر از بدفهمی‌ها در هنگام جمع دو کسر یا تفریق آنها، جمع و تفریق صورت‌ها و مخرج‌های دو کسر است.

## ضرب کسرها

### اهداف

- ۱- ضرب یک عدد طبیعی در یک کسر را مفهوم بخشی می‌کند و حاصل آن را به دست می‌آورد.
- ۲- ضرب یک کسر در یک عدد طبیعی را مفهوم بخشی می‌کند و حاصل آن را به دست می‌آورد.
- ۳- ضرب دو کسر در یکدیگر را انجام می‌دهد.
- ابزارهای مورد نیاز :
- ۱- محور اعداد
- ۲- کاغذ یا مقوا برای نقاشی هندسی کسرها
- ۳- تعدادی مکعب مستطیل
- ۴- تعدادی سیب

### روش تدریس

در اولین فعالیت ضرب یک عدد طبیعی در یک کسر آموزش داده می‌شود. دست‌ورزی با سیب‌های واقعی، نقاشی روی محور اعداد و یا جمع ۸ نصفه سیب و یا ضرب ۸ در  $\frac{1}{2}$  با هم مرتبط و تکمیل‌کننده فعالیت‌اند. کار در کلاس نیز به تثبیت ایده مطرح شده می‌پردازد. در دومین فعالیت ضرب یک عدد کسری در یک عدد مطرح می‌شود. توجه کنید که ممکن است دانش‌آموزان ابتدا ۲ دایره از سه دایره را رنگ کنند و سپس  $\frac{2}{3}$  یک دایره باقی مانده را رنگ کنند.

در کار در کلاس قاعده ضرب یک کسر در یک عدد طبیعی به صورت کلی مطرح می‌شود و

در بخش آخر مناسب است از مکعب‌های دست ساز برای توجیه موضوع استفاده شود. در سومین فعالیت ضرب دو کسر در یکدیگر آموزش داده می‌شود که بهتر است به تصویر عنوانی نیز اشاره شود. در کار در کلاس به کمک بازنمایی‌های مختلف مفهوم ضرب ۲ کسر بیشتر روشن می‌شود. خاصیت جابه‌جایی ضرب نیز در کار در کلاس آمده است و در بخش‌های بعد مورد نیاز است.

### راهنمایی و حل برخی تمرین‌ها

در تمرین ۶ بهتر است که از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌های مختلفی بزنند و در هر حالت صفحات داده شده را مقایسه کنند. مثلاً یک کتاب ۱۰۰ صفحه‌ای با کتاب ۲۰۰ صفحه‌ای و یا یک کتاب ۴۰۰ صفحه‌ای با یک کتاب ۳۰۰ صفحه‌ای مقایسه نشود. در تمرین ۸، اعداد  $\frac{2}{3}$  و  $\frac{4}{6}$  می‌توانند پاسخ باشند.

### توصیه‌های آموزشی

پس از حل تمرین‌ها از دانش‌آموزان بخواهید که خودشان برای افراد دیگر کلاس مسئله‌ای در مورد ضرب کسرها طرح کنند. توانایی طرح مسئله مستلزم بسیاری از توانایی‌های دیگر است و به کمک آن می‌توان به بسیاری از مشکلات دانش‌آموزان پی برد.

### بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

گاهی اوقات دانش‌آموزان در ضرب دو کسر فقط صورت‌ها را در یکدیگر ضرب

می‌کنند و مخرج‌ها را با یکدیگر جمع می‌کنند. مثلاً می‌نویسند  $\frac{3}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{7}$

در تمرین ۵ نمونه‌ای دیگر از این بدفهمی‌ها ذکر شده است که باید با بحث کلاسی

این بدفهمی‌ها تشریح و برطرف شود.

## تقسیم کسر ها

### اهداف

۱- تقسیم دو عدد طبیعی بر یکدیگر را مفهوم بخشی می کند و آن را به شکل کسر نمایش می دهد.

۲- تقسیم یک کسر بر یک عدد طبیعی را مفهوم بخشی می کند و آن را انجام می دهد.

۳- تقسیم یک عدد طبیعی بر یک کسر را مفهوم بخشی می کند و آن را انجام می دهد.

ابزارهای مورد نیاز:

۱- محور اعداد

۲- کاغذ یا مقوا

۳- نان یا کلوچه یا اشیای مطرح شده در درس

### روش تدریس

اولین فعالیت به زیر ساختار خارج قسمت کسر ها مربوط است. دانش آموزان باید هریک از مراحل را توضیح دهند و حل را کامل کنند. توجه شود که ممکن است دانش آموزان ابتدا ۳ کلوچه (دایره) را به سه نفر تقسیم کنند که به هر کدام ۱ کلوچه کامل می رسد و بعد ۲ کلوچه باقی مانده را بین ۳ نفر تقسیم کنند که به هر نفر  $\frac{2}{3}$  کلوچه (با توجه به شکل) می رسد.

در مورد ۷ متر پارچه هم می توان ابتدا ۴ متر را بین ۴ نفر تقسیم کرد و سپس ۳ متر باقی مانده را بین ۴ نفر تقسیم کرد. آنچه که مهم است در نهایت دانش آموزان باید تقسیم  $a$  به  $b$  را به صورت کسر  $\frac{a}{b}$  را درک کنند و نمایش دهند. در دومین فعالیت تقسیم یک کسر بر یک عدد طبیعی آموزش

داده می‌شود و پس از درک مفهومی این موضوع رویه محاسبه فرا گرفته می‌شود. نکته مهم توجه به جابه‌جایی ضرب دو کسر است. لازم نیست به مفهوم معکوس اشاره‌ای شود. این قاعده در سال ششم ذکر خواهد شد. سومین فعالیت به تقسیم یک عدد طبیعی بر یک کسر اشاره دارد و بهتر است با یک شیء واقعی دست‌ورزی انجام گیرد. لازم به ذکر است که تقسیم دو کسر بر یکدیگر در سال ششم آموزش داده می‌شود.

### حل و راهنمایی برخی تمرین‌ها

در تمرین ۸ به روش‌های گوناگونی می‌توان مقایسه را انجام داد. مثلاً کسر  $\frac{4}{3}$  را با  $\frac{3}{7}$  به کمک هم مخرج کردن کسرها مقایسه کنیم. روش دیگر رسم شکل است.

### توصیه‌های آموزشی

در مورد تقسیم کسرها باید توجه دانش‌آموزان را به این نکته معطوف کرد که برخلاف ضرب خاصیت جابه‌جایی برقرار نمی‌باشد مثلاً می‌توان حاصل  $3 \div \frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{2} \div 3$  را به روش‌های مختلف محاسبه و با یکدیگر مقایسه کرد.

### بdfهمی‌های رایج دانش‌آموزان

برخی دانش‌آموزان برای تقسیم یک کسر بر یک عدد طبیعی، مخرج را بر عدد طبیعی تقسیم می‌کنند مثلاً حاصل  $\frac{1}{24} \div 2$  را مساوی  $\frac{1}{12}$  می‌نویسند و یا اینکه خاصیت جابه‌جایی را به تقسیم کسرها هم تعمیم می‌دهند.

## ضرب عددهای مخلوط

### اهداف

- ۱- ضرب دو عدد مخلوط را انجام می دهد.
  - ۲- ضرب دو کسر را با ساده کردن به دست می آورد.
- ابزار مورد نیاز :
- کاغذ یا مقوا برای نمایش شکل های مورد نظر

### روش تدریس

در اولین فعالیت به کمک شکل های داده شده (یا با استفاده از شکل های مقوایی) دانش آموزان مربع های کوچک تر می سازند و مساحت شکل را پیدا می کنند. مساحت تقریبی هم مهم است. دانش آموزان باید بدانند که مساحت از ۶ مترمربع بیشتر و مثلاً از ۱۲ مترمربع کمتر است. ۱ مقایسه راه حل ها آموزنده است. راه های جدید دانش آموزان هم باید بررسی شود. هدف دومین فعالیت این است که نشان دهد چگونه در ضرب ۲ کسر یک عدد از صورت یک کسر با عددی از مخرج کسر دوم با یکدیگر ساده می شوند. شکل ها کمک زیادی به درک موضوع می کنند. در فعالیت دوم این درس روش های مختلف ساده کردن یک کسر مطرح شده است بهتر است ابتدا به دانش آموزان فرصت داده شود روش خود را ارائه دهند و سپس با مقایسه روش های داده شده، بر روی راه مناسب توافق شود.

## راهنمایی و حل برخی تمرین‌ها

در تمرین ۳ روش‌های گوناگونی برای مقایسه وجود دارد ولی بهتر است مثلاً  $\frac{7}{8}$  و  $\frac{1}{4}$  اینگونه مقایسه شوند که کسر  $\frac{7}{8}$  اگر صورت کسر به ۴ تغییر یابد کسری مساوی  $\frac{1}{2}$  به دست می‌آید. بقیه کسرها نیز این چنین می‌توانند با  $\frac{1}{2}$  مقایسه شوند. رسم شکل، استفاده از محور و یا هم مخرج کردن کسرها نیز روش دیگری برای حل این تمرین هستند.

تمرین‌ها بخش فرهنگ نوشتن بهتر است ابتدا به صورت شفاهی و طی یک گفت‌وگوی کلاسی مورد بحث قرار گیرد و بعد به کمک عبارات ریاضی مکتوب گردد. تمرین ۳ مرور فصل از نوع تمرینات پاسخ باز است که می‌تواند جواب‌های زیادی داشته باشد و بهتر است این فرصت داده شود تا پاسخ‌های مختلف ارائه شود.

## توصیه‌های آموزشی

توصیه می‌شود که از ذکر رویه‌ها و فرمول‌ها و قاعده‌های مطرح شده در برخی از کتاب‌های کمک آموزشی پرهیز شود و به روش‌های دانش‌آموزان بها داده شود و بدون مفهوم بخشی به ذکر فرمول‌ها پرداخته نشود.

## بdfهمی‌های رایج دانش‌آموزان

در هنگام ضرب دو عدد مخلوط به طور مثال  $2\frac{3}{5} \times 4\frac{1}{3}$  را به شکل  $\frac{6}{5} \times \frac{4}{3}$  می‌نویسند که ناشی از درک نادرست عدد مخلوط است.

## نسبت، تناسب و درصد



نگاه کلی به فصل

این فصل شامل ۴ درس است :

درس ۱: نسبت. در این درس پس از ارائه یک پیش سازمان دهنده کلی در قالب تصویر و متن، مفهوم نسبت بین دو مقدار (کمیت)، با استفاده از پیش سازمان دهنده تطبیقی (مقایسه‌ای) کسر ارائه گردیده، سپس فعالیت‌هایی برای آموزش و کار در کلاس‌هایی برای تثبیت، تعمیق و تعمیم نسبت ارائه گردیده است.

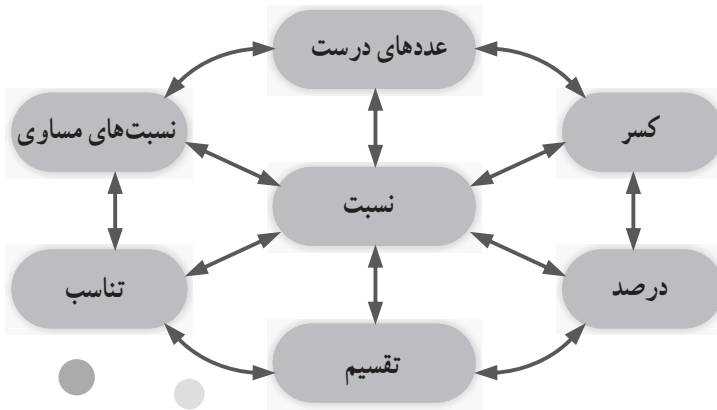
درس ۲: نسبت‌های مساوی. در این درس مفهوم نسبت‌های مساوی و نسبت‌هایی که مساوی نیستند، ارائه گردیده سپس، تعیین یک یا چند نسبت با ویژگی‌های خاص که مساوی یک نسبت داده شده باشند، با روش‌های مختلف (هندسی، عددی، جبری، کلامی) مورد بررسی قرار گرفته و همچنین به کاربردهایی از نسبت‌های مساوی در درون ریاضی و برون ریاضی پرداخته شده است.

درس ۳: تناسب. در این درس پس از ارائه یک پیش سازمانده برای ایجاد انگیزه، کمیت‌های متناسب و سپس تناسب معرفی گردیده است. همچنین به کمیت‌های متناسب و کمیت‌هایی که متناسب نیستند در کنار هم و در قالب فعالیت‌ها و کار در کلاس‌هایی پرداخته شده است. در این درس تعیین جزء چهارم تناسب به کمک نسبت‌های مساوی نیز آمده است. ویژگی‌های مهم تناسب در سال ششم ابتدایی خواهد آمد.

درس ۴: درصد. در این درس پس از ارائه یک پیش سازمان دهنده کلی، با ارائه فعالیت‌هایی، درصد معرفی گردیده، سپس با ارائه کار در کلاس‌هایی به تثبیت، تعمیق و کاربردهای درصد پرداخته شده است.

در پایان، مرور فصل شامل: فرهنگ نوشتن، تمرین‌ها، معما و سرگرمی و فرهنگ خواندن آمده است. در تمام دروس ۱، ۲، ۳، ۴ و همچنین در مرور فصل از عددهای اعشاری و همچنین از عددهای مخلوط استفاده نشده است زیرا دانش آموزان تقسیم کردن این عددها را تاکنون نیاموخته‌اند.





### چگونگی تنظیم محتوای موضوعی و فرایندی فصل ۳

برای صفحه عنوان فصل و همچنین شروع درس‌ها، پیش‌سازمان‌دهنده‌ای به منظور ایجاد انگیزه برای یادگیری دانش‌آموزان، ارائه گردیده است.

در تمام درس‌های این فصل، فعالیت‌ها به منظور آموزش مفهوم مورد نظر (نسبت، نسبت‌های مساوی، تناسب و درصد)، طراحی گردیده‌اند و کاربرد کلاس‌ها برای تثبیت، تعمیق و تعمیم مفاهیم می‌باشند.

کاربردهای هر مفهوم در درون ریاضی و ریاضی و علوم دیگر نیز عموماً در کار در کلاس‌هایی ارائه گردیده‌اند.

در پایان هر درس تمرین‌هایی داده شده‌اند. تمرین‌ها برای تثبیت و تکمیل یادگیری (پرو کردن) حفره‌ها و خلأهای احتمالی موجود در آموزش مفهوم است. تمرین‌ها به منظور تکرار همان محتوای مطرح شده در متن درس نیست، بلکه تکرار مفهوم در قالب‌ها و بافت‌های جدید است. تمرین‌ها برای رسیدن به مهارت در انجام دادن و به کارگیری مفاهیم و قاعده‌های دروس یاد گرفته شده است، زیرا ممکن است این مهارت‌ها، در کاربرد کلاس‌ها کامل نشده باشد.

## تصویر عنوانی

در متن این صفحه مسجد نصیرالملک شیراز و در بالای صفحه تصویر گنبد سلطانیه زنجان و در پایین صفحه یک متن دربارهٔ اثرهای تاریخی، همگی به عنوان پیش سازمان‌دهنده کلی ارائه گردیده‌اند تا در دانش‌آموزان برای یادگیری مفاهیم مطرح شده در این فصل ایجاد انگیزه کنند. در این تصاویر، مفاهیم ریاضی زیادی وجود دارد که همگی اهمیت و نقش دانش ریاضی و از جمله مفاهیم نسبت، تناسب و درصد را در ساختن اثرهای باستانی نشان می‌دهد.

## دانستنی‌هایی برای معلم

### تاریخچه نسبت، تناسب و درصد

در تاریخ ریاضیات به درستی مشخص نیست که نسبت بین دو مقدار (کمیت)، به وسیلهٔ کدام تمدن باستانی پایه‌گذاری شده است. این فکر که عدهٔ افراد قبیله‌ای دو برابر عدهٔ افراد قبیلهٔ دیگر است و این فکر که طول یک تسمهٔ چرمی، نصف طول تسمهٔ چرمی دیگر است، هر دو مفهوم نسبت را در بردارند و می‌توانسته‌اند در آغاز تاریخ هر قومی پدید آیند، با توجه به این نکته، که اولی نسبت بین دو عدد و دومی نسبت بین اندازه‌های دو پاره خط را بیان می‌کند. البته با توجه به شواهد موجود، هنگامی که به ریاضیدان‌های یونان باستان می‌رسیم، می‌بینیم که تالس Thales (ح ۶۴۰-۵۴۶ ق م) در حدود ۶ قرن پیش از میلاد مسیح (ع) قضیه‌هایی را که به نام قضیه‌های تالس مشهور است، با استفاده از نسبت پاره‌خط‌ها و تناسب، بیان نموده و اثبات کرده است. اتودوکسوس در هندسه‌اش، نیکوماخوس در حساب و تاون (تیون) در موسیقی از نسبت استفاده کرده‌اند. اودموس رودسی (حدود ۳۲۵ پ م) را هم مؤلف اثری در مورد تناسب دانسته‌اند که این اثر، به صورت کتاب پنجم اصول اقلیدس در آمد. از زمان یونانیان تا قرن هفدهم میلادی، نویسندگان در زمینهٔ حساب نظری، مجموعه‌ای از اصطلاح‌ها را در ارتباط با نسبت به کار بردند که از نظر ریاضیدانان امروزی بیش از حد پیچیده بودند. چندتایی از اصطلاح‌ها هنوز باقی است مانند نسبت عددی بین دو مقدار (کمیت) که تفاضل این دو است، به عنوان مثال نسبت عددی ۷ و ۳ مساوی  $4=7-3$  است. نسبت تساوی  $a:a$  مانند  $3:3$  نسبت کوچک‌تری  $a:b$  (وقتی  $a < b$  است، مانند نسبت  $4:3$ )، نسبت بزرگ‌تری  $a:b$  (وقتی  $a > b$  است، مانند نسبت  $3:4$ ).

در حال حاضر نسبت عددی بین دو عدد در کتاب‌های درسی مطرح نیست و نسبت‌های تساوی، کوچک‌تری و بزرگ‌تری نیز همگی به عنوان نسبت بین دو مقدار (کمیت) مطرح می‌باشند.

تناسب : نویسندگان قدیم از تناسب عددی، یعنی  $b - a = d - c$  به صورت ۵ و ۴ و ۳ و ۲  
 (۵-۴=۳-۲) و از تناسب هندسی یعنی  $a:b=c:d$  به صورت ۱۰ و ۵ و ۴ و ۲ ( $\frac{1}{5} = \frac{4}{2}$ ) نام برده  
 و از آنها استفاده کرده‌اند. یونانیان تناسب هماهنگ، یعنی  $\frac{1}{a} - \frac{1}{c} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$  مانند  $a = \frac{1}{5}$ ،  $b = \frac{1}{4}$ ،  $c = \frac{1}{3}$  و  
 $d = \frac{1}{2}$  و چند نوع تناسب دیگر را نیز به آن افزودند. ریاضیدان‌های عهد رنسانس (نوزایی) به حذف  
 اکثر اصطلاح‌های بالا پرداختند و اینک تنها، تناسب هندسی باقی مانده است، بنابراین وقتی از تناسب  
 گفتگو می‌شود مراد تناسب هندسی است.

ریاضیدانان مسلمان، تناسب را به صورت

۲	۴
۳	۶

یا  $\begin{array}{c|c} ۱ & ۵ \\ \hline ۳ & ۱۵ \end{array}$  نشان داده‌اند.

در حال حاضر در اکثر کتاب‌های درسی مقایسه دو مقدار (کمیت) به وسیله عمل تقسیم را نسبت  
 بین آن دو مقدار می‌نامند. به بیان دیگر نسبت دو مقدار نشان می‌دهد که یک مقدار چند برابر مقدار  
 دیگر است.

$\frac{a}{b}$  نسبت بین دو کمیت  $a$  و  $b$  ( $b \neq 0$ ) است که به یکی از صورت‌های زیر نشان داده می‌شود:

الف) به وسیله  $(:)$ ،  $a:b$  مانند ۴:۳

ب) به وسیله  $(به)$ ،  $a$  به  $b$  مانند ۳ به ۴

پ) به وسیله یک کسر،  $\frac{a}{b}$  مانند  $\frac{۳}{۴}$

ت) به وسیله یک عدد اعشاری، مانند ۰/۷۵

ث) به وسیله یک درصد مانند ۷۵٪

در کتاب درسی حاضر برای نمایش نسبت از کسر استفاده شده است و نسبت عددهای  
 اعشاری و عددهای مخلوط همچنین درصد مرتبط با این عددها مطرح نگردیده است. معلمان محترم  
 نیز به این نکته توجه داشته باشند.

در محاسبه نسبت بین دو مقدار (کمیت) ممکن است:

۱- واحدهای آن دو مقدار از یک نوع باشند؛

۲- واحدهای آن دو مقدار متفاوت باشند (از یک نوع نباشند)

در فعالیت‌ها و کار در کلاس‌های این کتاب با هر دو مورد بالا مواجه خواهید شد. در ریاضی  
 مورد ۱ را نسبت بین دو مقدار (Ratio) و مورد ۲ را نرخ یا آهنگ بین دو مقدار (Rate) می‌نامند.

در صورتی که در مورد ۲ مخرج کسر ۱ باشد عدد حاصل، واحد نرخ یا آهنگ نامیده می‌شود. اما معلمان محترم باید توجه داشته باشند که در کتاب درسی حاضر ما هیچ نامی از نرخ یا آهنگ نبرده‌ایم و شما نیز نباید نامی از آن را در این مقطع به میان آورید. نام نرخ یا آهنگ در سال ششم ابتدایی خواهد آمد.

**ارتباط نسبت با کسر:** مفهوم نسبت با مفهوم کسر ارتباط دارد. به عنوان مثال مفاهیم جزء به کل و خارج قسمت هر دو، هم با کسر و هم با نسبت ارتباط دارند؛ این خود دلیل آن است که نسبت و کسر با هم مرتبط هستند یا ارتباط مفهومی دارند. با این حال تفسیر اندازه از کسر، ارتباط روشن و مستقیمی با مفهوم نسبت ندارد. برای مثال کسر  $\frac{3}{4}$  می‌تواند به عنوان یک اندازه [یا متر/ به بزرگی فاصله  $\frac{3}{4}$  از مبدأ روی محور اعداد] در نظر گرفته شود؛ در حالی که نسبت ۳ به ۴ به طور مستقیم چنین مفهومی را در بر ندارد، یا نسبت سه گانه ۱ به ۲ به ۳ [یا نسبت ۱ و ۲ و ۳ یا ۱:۲:۳] به طور مستقیم و آشکار در کسر دیده نمی‌شود.

ما از ارتباط مفهوم کسر با نسبت، برای آموزش مفهوم نسبت استفاده می‌کنیم.  
**نرخ:** نسبت دو مقدار (کمیت) با واحدهای متفاوت، نرخ (Rate) نامیده می‌شود مانند:

$$\frac{54 \text{ صفحه کتاب}}{3 \text{ ساعت}}, \frac{300 \text{ کیلوگرم}}{20 \text{ سانتیمتر مربع}}, \frac{2800 \text{ کیلومتر}}{4 \text{ ساعت}}, \frac{6000 \text{ تومان}}{5 \text{ کیلوگرم}}. \text{ اگر مخرج این نسبت ها ۱ باشد،}$$

$$\text{آن را واحد نرخ می نامند. به عنوان مثال واحد نرخ } \frac{6000 \text{ تومان}}{5 \text{ کیلوگرم}}, \frac{1000 \text{ تومان}}{1 \text{ کیلوگرم}} \text{ (کیلویی ۱۰۰۰ تومان)}$$

$$\text{است و یا واحد نرخ } \frac{2800 \text{ کیلومتر}}{4 \text{ ساعت}}, \frac{700 \text{ کیلومتر}}{1 \text{ ساعت}} \text{ است که آن را به صورت } \frac{\text{کیلومتر}}{\text{ساعت}} \text{ و یا } 700 \text{ Km/h}$$

نیز نشان می‌دهند.

به مثال‌های دیگری از نرخ و واحد نرخ توجه فرمایید.

— برای خرید برنج به یک برنج فروشی می‌روید و سؤال می‌کنید. نرخ برنج چند است؟

برنج فروش پاسخ می‌دهد «تنی ۵,۰۰۰,۰۰۰ تومان» با توجه به اینکه هر تن ۱۰۰۰ کیلوگرم است.

$$\frac{5,000,000 \text{ تومان}}{1000 \text{ کیلوگرم}} \text{ نرخ اعلام شده برنج است. شما می خواهید نرخ ۱ کیلوگرم برنج را بدانید برای این}$$

کار صورت و مخرج  $\frac{۵,۰۰۰,۰۰۰ \text{ تومان}}{۱۰۰۰ \text{ کیلوگرم}}$  را بر  $\frac{۱۰۰۰ \text{ تقسیم می کنید به دست می آید: } ۵۰۰۰ \text{ تومان}}{۱ \text{ کیلوگرم}}$

یا ۱ کیلوگرم ۵۰۰۰ تومان که واحد نرخ است.

به مثال دیگری توجه کنید.

– برای خرید جوراب به بازار رفته‌اید. از جوراب فروش می پرسید: نرخ جوراب چند است؟ پاسخ می دهد دوجینی ۴۸۰۰ تومان. با توجه به اینکه یک دو جین جوراب ۱۲ جفت جوراب است،

او نرخ فروش جوراب را  $\frac{۴۸۰۰ \text{ تومان}}{۱۲ \text{ جفت جوراب}}$  اعلام کرده است، اگر قیمت ۱ جفت جوراب را بخواهید

صورت و مخرج نرخ بالا را بر ۱۲ تقسیم می کنید. خواهید داشت  $\frac{۱۲۰۰ \text{ تومان}}{۱ \text{ جفت جوراب}}$  که این واحد نرخ است.

در زندگی روزمره ما اغلب با واحد نرخ سر و کار داریم. به عنوان مثال وقتی میوه فروش می گوید سیب کیلویی (۱ کیلو) ۵۰۰۰ تومان است. او واحد نرخ را بیان کرده است، همچنین وقتی گفته می شود قیمت هر سکه بهار آزادی ۸۶۰۰۰۰ تومان است، در واقع واحد نرخ سکه بهار آزادی اعلام شده است در بسیاری از موارد مانند خرید و فروش محصولات کشاورزی، صنعتی، مسافت های پیموده شده و زمان صرف شده، فشار بر سطح و... با نرخ و یا واحد نرخ سرو کار داریم.

**نسبت طلایی:** یونانیان قدیم، برخی شکل ها را خوشایندتر از شکل های دیگر می دانستند، و در ساختن بناها و مجسمه ها و نقاشی ها، این شکل ها را به کار برده اند. مشهورترین این شکل ها، مستطیل طلایی است که اضلاعش به نسبت طلایی می باشند. (مستطیلی که خوشایندترین مستطیل بین مستطیل های با محیط ثابت است). معماران یونان باستان در ۵۰۰ سال پیش از میلاد حضرت مسیح (ع) از مستطیل طلایی و نسبت طلایی اطلاع داشتند و در ساختن معبد پارتنون Parthenon در آتن، که بنای آن در سال ۴۴۳ پ م آغاز شده بود و بر ساختن مجموعه بنا و بخصوص مجسمه های آن، فید یاس Phidias مجسمه ساز مشهور یونان باستان نظارت داشت، از نسبت طلایی و مستطیل طلایی استفاده کرده اند. نسبت طلایی و مستطیل طلایی در کارهای فید یاس نیز دیده می شود.

همچنین لئوناردو داوینچی عدد طلایی را در نقاشی و مجسمه‌سازی به کار برده است. هنرمندان ایرانی نیز از نسبت طلایی در ساختن اثرهای باستانی و همچنین هنرهای سنتی، از جمله، خط نستعلیق و خط شکسته نستعلیق استفاده کرده‌اند.

**تعریف نسبت طلایی:** اگر نقطه‌ای مانند C روی پاره خط AB چنان اختیار شود که

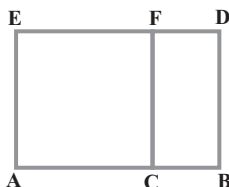
$$AC^2 = AB \cdot BC \quad \text{یا} \quad \frac{AC}{BC} = \frac{AB}{AC}$$


یعنی قطعه بزرگ‌تر، واسطه هندسی بین قطعه کوچک‌تر و تمام پاره خط باشد، در این صورت گفته می‌شود که نقطه C پاره خط AB را به نسبت ذات وسط و طرفین، یا به نسبت طلایی تقسیم کرده است. اگر طول پاره خط BC برابر ۱ باشد، طول پاره خط AC برابر با نسبت طلایی است. فرض می‌کنیم  $\varphi$  مقدار عددی نسبت طلایی را نمایش دهد، در این صورت با فرض  $BC=1$  از تناسب قبل داریم:

$$\frac{\varphi}{1} = \frac{\varphi+1}{\varphi} \Rightarrow \varphi^2 = \varphi+1 \Rightarrow \varphi^2 - \varphi - 1 = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

مقدار مثبت  $\varphi$  یعنی  $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  مقدار عددی نسبت طلایی است، که آن را عدد طلایی (Golden Number) نیز می‌نامند. البته این عدد گنگ است و یکی از مقدارهای اعشاری تقریبی آن ۱/۶۱۸ می‌باشد. اقلیدس در کتاب پنجم خود به این نسبت اشاره کرده است.

**روش رسم مستطیل طلایی:** اگر پاره خط AB به وسیله نقطه C به نسبت طلایی تقسیم شده باشد، یعنی  $AC^2 = AB \cdot BC$  باشد، مستطیل ABDE که درازای آن پاره خط AB، و پهنای آن مساوی پاره خط AC است، مستطیل طلایی است.

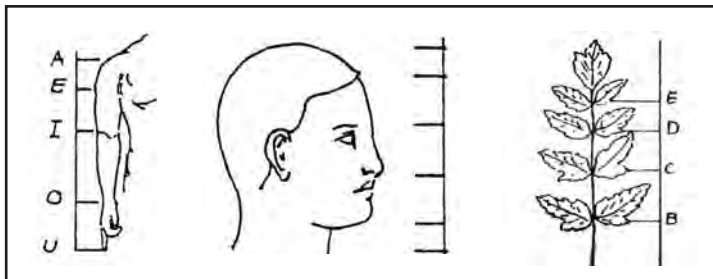


**نکاتی بیشتر در مورد نسبت طلایی:** تقسیم طلایی، با همه پیچیدگی که در بیان عددی آن وجود دارد، تناسبی است که اغلب در طبیعت و در ساخته‌های دست بشر به آن برخورد می‌کنیم. بدن

آدمی، چه در کل بدن و چه در بعضی از قسمت‌های جداگانه آن، اغلب از قانون تقسیم طلایی پیروی کرده است. اگر تن آدمی را به همین نسبت تقسیم کنیم، به نحوی که قسمت کوچک‌تر پایین و قسمت بزرگ‌تر بالا قرار گیرد، خط تقسیم از انتهای انگشت‌های دست‌ها، در صورتی که دست‌ها آویزان باشند، می‌گذرد.

تقسیم سر به قسمت‌های اختصاصی هم، یک رشته نسبت به دست می‌دهد که خیلی به نسبت طلایی نزدیکند، همین وضع در مورد دست و کف دست هم وجود دارد.

اگر از عالم انسان، به عالم گیاه برویم، در آنجا هم کاربرد شگفت‌آور نسبت طلایی را پیدا می‌کنیم. وضع قرار گرفتن برگ‌ها را روی یک ساقه بررسی می‌کنیم. می‌بینیم که بین هر دو زوج برگ، برگ سوم در جای تقسیم طلایی قرار گرفته است.



اگر وضع قرار گرفتن برگ‌ها را روی شاخه‌ها و شاخه‌های جداگانه را روی ساقه مطالعه کنیم، باز هم به نتیجه‌های جالب‌تری می‌رسیم. به سادگی می‌توان متوجه شد که همه برگ‌ها، یکی، روی دیگری قرار نگرفته است، برگ‌های مجاور، اغلب روی یک خط راست نیستند، بلکه شاخه را دور می‌زنند. اگر نخی از پایه یک برگ به پایه برگ دوم، و از آنجا به پایه برگ سوم و غیره به نوبت ببندیم، دیده می‌شود که نخ دور شاخه می‌پیچد و یک مارپیچ واقعی درست می‌کند.

## روش تدریس گروهی؛ کار در گروه‌های کوچک

برای انجام فعالیت‌ها و کار در کلاس‌هایی که در کتاب درسی آمده است، لازم است که دانش‌آموزان هر کلاس به گروه‌های کوچک تقسیم شوند در صورتی که کلاسی برای آموزش گروهی در مدرسه وجود دارد دانش‌آموزان را به دسته‌های ۴، ۵ یا ۶ نفره تقسیم کنید به طوری که در هر گروه دانش‌آموزان قوی، ضعیف و متوسط با هم باشند. اگر شناختی از دانش‌آموزان ندارید می‌توانید با انجام یک پیش‌آزمون در ارتباط با مفهومی که می‌خواهید آموزش دهید، به این آگاهی دست یابید.

اگر در مدرسه کلاس کار گروهی وجود ندارد؛ می‌توانید دانش‌آموزانی را که روی یک نیمکت نشسته‌اند (۲ یا ۳ نفر) یک گروه در نظر بگیرید. در این صورت نیز سعی کنید دانش‌آموزان قوی و متوسط و ضعیف در یک گروه باشند. گروه‌ها را هر ماه تغییر دهید تا همه، با هم کار کردن، همفکری، تعاون و ... را بیاموزند.

در شروع انجام فعالیت، اهداف آموزش را بگویید و همواره آن را در نظر داشته باشید. برای شروع یک درس جدید پیشنهاد ما آن است که ابتدا پیش‌سازمان دهنده را شما خودتان ارائه دهید تا انگیزه لازم برای یادگیری مفهوم در دانش‌آموزان ایجاد شود.

در صورتی که اشتیاق زیادی در دانش‌آموزان برای بحث و گفتگو درباره پیش‌سازمان دهنده ارائه شده دیدید، می‌توانید با مشارکت دانش‌آموزان پیش‌سازمان دهنده را ارائه کنید. اگر خودتان پیش‌سازمان دهنده‌ای مناسب‌تر از پیش‌سازمان دهنده کتاب در نظر گرفته‌اید، ابتدا آن را ارائه دهید و پس از آن از دانش‌آموزان بخواهید که پیش‌سازمان دهنده کتاب را ببینند و متن نوشته شده آن را بخوانند. درباره آنها بحث کلاسی انجام شود تا مفهوم مورد نظر نمایان گردد.

اگر پیش‌سازمان دهنده‌ای غیر از پیش‌سازمان دهنده کتاب تهیه نکرده‌اید، همان پیش‌سازمان دهنده کتاب (تصویری و متن) را ارائه کنید و مفهوم مورد نظر را بارز و روشن سازید. توجه داشته باشید که پیش‌سازمان دهنده در آغاز هر درس جدید لازم است ارائه شود. در موارد دیگری نیز ارائه پیش‌سازمان دهنده برای ایجاد انگیزه ضروری است، مانند قبل از مرحله پرسش و پاسخ، قبل از بحث و گفتگوی جمعی، قبل از نمایش فیلم و ....

**چگونگی انجام فعالیت :** برای انجام فعالیت نخست از دانش‌آموزان بخواهید که تمام بندهای فعالیت را یک بار بخوانند؛ مانند خواندن صورت یک مسئله که می‌خواهیم آن را حل کنیم، برای آنکه بدانیم داده‌ها چیست و خواسته‌ها با مجهول‌ها کدام است؟ جورج پولیا این مرحله را فهمیدن مسئله و گام اول برای حل هر مسئله می‌داند.

آن‌گاه از گروه‌های دانش‌آموزان بخواهید که بندهای فعالیت را به ترتیب و با توجه به مدت زمانی که شما تعیین می‌کنید انجام دهند، معمولاً مدت زمان لازم برای انجام یک فعالیت که ۴ بند دارد، حدود ۱۰ دقیقه است. البته این زمان با توجه به شرایط فعالیت می‌تواند تغییر کند. مدیریت وقت برای انجام بندهای فعالیت را به عهده خود دانش‌آموزان بگذارید.

با شروع انجام فعالیت توسط دانش‌آموزان شما چند دقیقه (حدود ۳ تا ۴ دقیقه) روی صندلی خودتان بنشینید و بدون آنکه صحبتی بکنید گروه‌های دانش‌آموزان را زیر نظر بگیرید. پس از آن بلند



شوید و به آهستگی در کلاس قدم بزنید به طوری که تمرکز دانش‌آموزان به هم نخورد. کارهای انجام شده و در حال انجام توسط گروه‌ها را در نظر بگیرید. بدفهمی‌ها و اشتباه‌های احتمالی را که می‌بینید یادداشت کنید راه حل‌های خلاقانه را یادداشت کنید. اگر گروهی سؤالی داشتند پاسخ دهید. اگر گروهی فعالیت نمی‌کنند با طرح این سؤال که مشکل شما چیست؟ آنها را راه بیندازید. اما توجه داشته باشید که کمک شما در حدی نباشد که پاسخ فعالیت را بدهد، زیرا به گفته پولیا دیگر کاری باقی نمی‌ماند که دانش‌آموز انجام دهد. در صورتی که بیشتر دانش‌آموزان کلاس در انجام فعالیت مشکل داشتند، با راهنمایی‌های لازم و مناسب مشکل را حل کنید.

پس از پایان زمان انجام فعالیت، نماینده گروه‌هایی را پای تخته بیاورید که بدفهمی داشته‌اند. از آنها بخواهید که روش خود را ارائه دهند و آن گاه با بحث کلاسی توسط دانش‌آموزان بدفهمی‌ها را برطرف سازید. با رفع تمام بدفهمی‌ها در واقع پاسخ درست توسط دانش‌آموزان ارائه می‌گردد. پس از رفع بدفهمی‌ها و اشتباه‌ها کسانی را که روش‌های خلاقانه‌ای برای انجام فعالیت داشته‌اند پای تخته بیاورید تا با طرح آن روش‌ها توسط خودشان، اولاً، دانش‌آموزان دیگر، روش‌ها و راهبردهای دیگری برای انجام فعالیت را یاد بگیرند و ثانیاً، دانش‌آموزان خلاق مورد تشویق قرار بگیرند تا در بین دیگر دانش‌آموزان انگیزه‌ای برای کشف راه حل‌های جدید و بدیع ایجاد گردد.

در پایان از دانش‌آموزان سؤال شود که آیا کسی سؤال دیگری دارد؟ در صورت وجود، آن را با بحث کلاسی پاسخ دهید.

پس از انجام کارهای بالا، آموزش مفهوم در واقع انجام شده است. با این وجود می‌توانید به یک جمع بندی درباره پاسخ‌های درست فعالیت بپردازید.

**روش انجام کار در کلاس :** برای انجام کار در کلاس همانند انجام فعالیت عمل کنید با این تفاوت که در جریان انجام فعالیت حضور معلم در انجام فعالیت پررنگ‌تر است و این حضور و کنترل در کار در کلاس کمتر می‌باشد. البته معلم همواره در انجام فعالیت‌ها یا کار در کلاس‌ها حضور دارد ولو آنکه آشکار نباشد. هدف اصلی فعالیت یا کار در کلاس و مدیریت زمان همواره مدنظر معلم باید باشد.

**کار مهمی** که در جریان انجام یک فعالیت و یا کار در کلاس لازم است انجام شود ارزشیابی گروهی و فردی از دانش‌آموزان است. این ارزشیابی را در دفتری ثبت کنید. مجموعه این ارزشیابی‌ها می‌تواند معیار مناسب و منصفانه‌ای برای ارزشیابی پایانی باشد.

**نکته مهم :** معلمان محترم می‌توانند با تشخیص خود، از روش‌های دیگر تدریس و یا ترکیبی از روش‌های تدریس برای آموزش مفاهیم استفاده کنند.

## توسعه مفاهیم

یکی از هدف‌های مهم آموزش، توسعه مفاهیم است. توسعه مفاهیم در دو مسیر اصلی در کار در کلاس‌ها و در تمرین‌ها به دو صورت تعمیم ریاضی و تعمیم عمومی می‌تواند اتفاق بیفتد. در تعمیم ریاضی، مفهوم ریاضی قوی‌تر (بزرگ‌تر) می‌شود و افزایش می‌یابد. به مثال زیر درباره تعمیم ریاضی توجه کنید.

مثال ۱: سه عدد ۵، ۳ و ۷ داده شده‌اند. ثابت کنید که عدد وسطی، نصف مجموع دو عدد دیگر است.

$$\text{حل. داریم: } 5 = \frac{3+7}{2} \rightarrow 5 = \frac{10}{2} \rightarrow 5 = 5$$

پس حکم مسئله درست است.

مثال ۲: ثابت کنید که بین هر سه عدد فرد متوالی عدد وسطی، نصف مجموع دو عدد دیگر است. حل: سه عدد فرد متوالی را  $a-2$ ،  $a$ ،  $a+2$  می‌گیریم. داریم:

$$a = \frac{(a-2) + (a+2)}{2} \rightarrow a = \frac{2a}{2} \rightarrow a = a$$

پس حکم برقرار است.

به طوری که می‌بینید مثال ۲ تعمیم ریاضی از مثال ۱ است.

مثال ۳: ثابت کنید مثلثی که ضلع‌های آن ۳، ۴ و ۵ باشد، قائم الزاویه است.

$$\text{حل: داریم: } 3^2 + 4^2 = 5^2 \rightarrow 9 + 16 = 25 \rightarrow 25 = 25$$

پس این مثلث قائم الزاویه است چون مربع اندازه یک ضلع آن مساوی مجموع مربعین اندازه‌های دو ضلع دیگر آن است.

مثال ۴: ثابت کنید هر مثلث به ضلع‌های  $3K$ ،  $4K$  و  $5K$  قائم الزاویه است.

حل: باید مربع بزرگ‌ترین ضلع آن مساوی مجموع مربعین دو ضلع دیگر آن باشد. داریم:

$$(5k)^2 = (3k)^2 + (4k)^2 \rightarrow 25k^2 = 9k^2 + 16k^2 \rightarrow 25k^2 = 25k^2$$

پس حکم درست است.

به طوری که دیده می‌شود مثال ۴ تعمیمی ریاضی از مثال ۳ است: تعمیم ریاضی، عمقی یا طولی است.

تعمیم عمومی که در آن مفهوم ریاضی ثابت است ولی بافت‌هایی که مفهوم در آنها مطرح می‌شود، تغییر می‌کنند. به عنوان مثال مفهوم نسبت در یک بافت محیط‌زیست مطرح شده است، همین

مفهوم، در بافت‌های دیگری مانند صنعت، بازرگانی، سلامت، تغذیه و ... به کار گرفته شود.

تعمیم عمومی، عرضی است.

مثال ۱: یک مزرعه گندم سال گذشته ۳۰۰۰ کیلوگرم و امسال ۲۵۰۰ کیلوگرم محصول داشته است. نسبت مقدار تولید امسال این مزرعه به میزان تولید سال قبل را پیدا کنید.

مثال ۲: یک کارخانه دوچرخه‌سازی در سال ۱۳۹۰ تعداد ۱۲۰۰ دوچرخه و در سال ۱۳۹۲ تعداد ۲۰۰۰ دوچرخه تولید کرده است. نسبت تولید دوچرخه در سال ۱۳۹۰ به تعداد تولید دوچرخه در سال ۱۳۹۲ را تعیین کنید.

مثال ۳: محسن در سال ۱۳۹۲ مبلغ ۱۲۰۰۰۰ ریال در سال ۱۳۹۳ مبلغ ۱۸۰۰۰۰ ریال به یک مؤسسه خیریه بخشیده است. نسبت مقدار کمک محسن در سال ۱۳۹۳ به میزان کمک او در سال ۱۳۹۲ را تعیین کنید.

مثال‌های بالا تعمیم مفهوم نسبت در زمینه‌های کشاورزی، صنعت و امور اجتماعی را نشان می‌دهد.

در مورد مفاهیم دیگر نیز تعمیم عمومی وجود دارد.

### استفاده از ابزار و تکنولوژی

استفاده از ابزار و تکنولوژی برای مراحل مختلف آموزش، هم برای پیش‌نیازها و هم برای فعالیت‌ها، کار در کلاس‌ها و تمرین‌ها ضروری و لازم هستند. به عنوان مثال شکل‌های هندسی در دو بعد و سه بعد مانند: مثلث‌ها، مربع‌ها، دایره‌ها، مکعب‌ها، مکعب مستطیل‌ها و ... در رنگ‌های مختلف همچنین ابزار اندازه‌گیری طول مانند خط‌کش، متر پارچه‌ای، متر فلزی و ... ابزار اندازه‌گیری وزن، ابزار اندازه‌گیری زمان، ابزار اندازه‌گیری درجه حرارت، فشار و دیگر ابزار اندازه‌گیری از ابزاری هستند که در آموزش مفاهیم این فصل ضروری هستند.

جدول‌هایی که نمایشگر دو یا چند مقدار (کمیت) می‌باشند مانند جدول‌های آماری تولید محصولات کشاورزی، تولیدات صنایع مختلف، میزان درجه حرارت، مصرف آب، مصرف مواد غذایی، تعداد افراد مختلف، تعداد گیاهان، تعداد جانوران و ... به خصوص برای انجام مراحل از آموزش ضروری می‌باشند.

استفاده از برنامه‌های نرم‌افزاری رایانه‌ای در زمینه‌های مرتبط با نسبت، تناسب و درصد، فیلم‌های آموزشی در این زمینه‌ها و دیگر موارد مشابه، برای آموزش در پیش‌سازمان‌دهنده‌ها، فعالیت‌ها و کار در کلاس‌ها و تمرین‌ها بسیار کمک‌کننده و مفید است.

## روش تدریس صفحه عنوان

در این صفحه دو تصویر و یک متن آمده است. هر دو تصویر و متن تماماً به عنوان پیش‌سازمان‌دهنده برای ایجاد انگیزه به منظور یادگیری مفاهیم نسبت، نسبت‌های مساوی، تناسب و درصد است. از دانش‌آموزان بخواهید که نخست متن پایین صفحه را بخوانند و آن‌گاه به بررسی تصویر متن، یعنی تصویر مسجد نصیرالملک شیراز برای پیدا کردن مفاهیم ریاضی موجود در آن بپردازند. توجه دانش‌آموزان را بیشتر به پیدا کردن کسرهایی که تعداد گل‌برگ‌ها با رنگ‌های مختلف و یا شکل‌هایی با رنگ‌های مختلف و کسرهای مساوی که در تصویر وجود دارند، جلب کنید، همچنین، کسری که نمایشگر طول به عرض شکل‌های مستطیل موجود در تصویر است، آن‌گاه از دانش‌آموزان بخواهید که یافته‌های خود از این تصویر را با انجام بحث کلاسی مطرح کنند.

در این تصویر موضوع‌ها و مفاهیم مختلف ریاضی مانند تقارن، تشابه، چند ضلعی‌های منتظم، نسبت طلایی، ماریچ طلایی، اعداد مربع کامل، عددهای مبنای دستگاه‌های شمار مانند ۱۰ و ۵ و نسبت‌های مختلف در تعداد گل‌برگ‌ها با رنگ‌های مختلف وجود دارد. البته در بررسی این تصویر و تصویر دیگر نامی از نسبت، تناسب و درصد به میان نمی‌آوریم، بلکه از کسرهایی که با توجه به شکل می‌توان نوشت گفت و گو می‌کنیم. بعد از آموزش هر یک از مفاهیم نسبت، نسبت‌های مساوی، تناسب و درصد می‌توانیم مجدداً به این تصویر برگردیم و مواردی را که به صورت کسر گفته‌ایم به صورت نسبت، تناسب و درصد بیان کنیم.

برخی از مفاهیم ریاضی که در این تصویر وجود دارند عبارت‌اند از:

– تعداد گل‌برگ‌های تمام گل‌ها ۱۰ عدد است.

– شکل‌های به صورت  $\square\square\square\square$  همه ۵ تایی هستند.

– اگر در کتیبه‌های سر در، مساحت هر مربع را ۱ فرض کنیم، مساحت هریک از دو کتیبه

کناری ۱۶ و مساحت کتیبه وسطی ۳۶ است که همه مجذور کامل‌اند.

– کسرهایی که تعداد گل‌برگ‌ها با رنگ‌های مشخص، به تعداد گل‌برگ‌های هر گل را مشخص

می‌کند، کسرهای متفاوتی هستند، مانند:

$$\dots \text{و } \frac{۲}{۸} = \frac{\text{تعداد گل‌برگ‌های صورتی}}{\text{تعداد گل‌برگ‌های قرمز}}, \frac{۳}{۲} = \frac{۶}{۴} = \frac{\text{تعداد گل‌برگ‌های سفید}}{\text{تعداد گل‌برگ‌های سبز}} : \text{در سمت چپ}$$

– برخی کسرهایی که تعداد مربع‌ها با رنگ‌های مختلف را مشخص می‌کنند، عبارت‌اند از :

$$\frac{4}{7} = \frac{\text{تعداد مربع‌های سفید}}{\text{تعداد مربع‌های قرمز}} : \text{در کتیبه کنار} , \quad \frac{8}{18} = \frac{\text{تعداد مربع‌های رنگی}}{\text{تعداد مربع‌های سفید}} : \text{در کتیبه وسط}$$

دانش‌آموزان ممکن است کسره‌های دیگری و یا مفاهیم ریاضی دیگری پیدا کنند.

پس از بررسی تصویر متن، تصویر گنبد سلطانیه زنجان، بزرگ‌ترین گنبد خشتی جهان را بررسی کنید. این گنبد بر روی یک ۸ ضلعی منتظم ساخته شده است و در ساختن آن، در گچ‌بری‌ها و کاشیکاری‌های آن، از ریاضیات، استفاده فراوانی شده است. اطلاعات بیشتری دربارهٔ این گنبد در زیر می‌آید :

گنبد سلطانیه زنجان از نظر حجم، سبک معماری، رابطهٔ فضاها، تناسبات موجود در اجزای مختلف، ایستایی و مقاومت بنا و زیبایی شناسی و تزیینات، نمونه‌ای منحصر به فرد و نقطهٔ تحولی در معماری اسلامی به شمار می‌رود. بدنهٔ اصلی گنبد و تمام ساختمان آن با آجر ساخته شده و گنبد با روکش فیروزه‌ای و لاجوردی به شیوه‌ای معرّف کاری تزیین شده است. کاشی‌های طلایی رنگ و منقش و هشت گوش تربت‌خانه که بخشی از بنای ساختمان گنبد سلطانیه است، از لحاظ هنر کاشی‌پزی فوق‌العاده ممتاز و کم نظیر است.

نقشهٔ بنا در طبقه همکف و طبقهٔ اول نزدیک به مستطیل و ادامهٔ مجموعه در طبقهٔ دوم و طبقهٔ سوم دارای نقشه ۸ ضلعی منتظم است.

گنبد آرامگاه به ارتفاع ۴۸/۵ متر و قطر دهانهٔ ۲۴/۴ متر است که بزرگ‌ترین گنبد تاریخی در ایران و بزرگ‌ترین گنبد آجری در جهان است. این گنبد نخستین گنبد دو جداره در جهان است که ضخامت گنبد آن ۱۶۰ سانتیمتر و فضای خالی بین دو جداره ۶۰ سانتیمتر می‌باشد. سیستم دو جدارهٔ آن در ایستایی گنبد نقش مهمی دارد.

گنبد بر روی ۸ جرز سنگین (ضلع‌های ۸ ضلعی منتظم) با عرض ۶/۷ متر قرار دارد که وزن ۱۶۰۰ تنی گنبد را به شالوده منتقل می‌کند. سطح مقطع هر کدام از این جرزها حداقل ۵۰ متر مربع و بار وارد بر آنها ۲۰۰ تن محاسبه شده است.

در زوایای اضلاع ۸ ضلعی منتظم و در طبقهٔ سوم و پشت بام گنبد خارجی ۸ مناره تهیه شده است. این مناره‌ها از عناصری است که در حل مسائل استاتیکی نقش مؤثر دارند. گنبد سلطانیه از نظر تزیینات بسیار غنی بوده و در آن، تزیینات مختلف گچ‌بری، کاشی کاری، کتیبه نویسی، تزیینات رنگ و

نقاشی و تزیینات سنگی و چوبی در نهایت دقت و زیبایی اجرا شده است. این بنا ساعت آفتابی نیز هست. نوری که از سوراخ اصلی گنبد می‌تابد نشان دهنده زمان ظهر، نوری که از پنجره‌های بزرگ می‌تابد، نشان‌دهنده ساعت و نوری که از پنجره‌های کوچک می‌تابند نشان دهنده حدود دقیقه است.

این بنا که در فاصله سال‌های ۷۰۴ یا ۷۱۲ هجری قمری توسط سلطان محمد خدا بنده ساخته شده است، در سال ۱۳۸۴ هجری شمسی در فهرست میراث جهانی یونسکو به ثبت رسیده است.

برای اطلاعات بیشتر به سایت میراث فرهنگی، صنایع دستی و گردشگری ایران مراجعه کنید.

## • روش تدریس درس ۱: نسبت. صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱ •

### اهداف

- ۱- درک مفهوم نسبت بین دو مقدار (کمیت)
- ۲- فهم ارتباط مفهوم نسبت با مفاهیم مرتبط با آن، مانند تقسیم، کسر
- ۳- توانایی حل مسئله‌های مرتبط با نسبت در درون ریاضی و در برون ریاضی
- ۴- بازنمایی نمایش‌های مختلف نسبت، از جمله نمایش‌های هندسی و تصویری
- ۵- پی بردن به ارزش محیط زیست، سلامت، تغذیه سالم  
ابزارهای مورد نیاز :
- ۱- لگوهای آموزشی نشان‌دهنده شکل‌ها در دو بعد مانند مثلث‌ها، مربع‌ها، دایره‌ها و ... در رنگ‌های مختلف
- ۲- احجام هندسی مانند، مکعب، مکعب مستطیل، کره و ... در رنگ‌های مختلف
- ۳- جدول‌ها و نمودارهای مربوط به کمیت‌های مختلف صنعتی، بازرگانی، کشاورزی و ...
- ۴- متر پارچه‌ای یا فلزی برای اندازه‌گیری طول‌ها، ترازو برای اندازه‌گیری وزن، ساعت برای اندازه‌گیری زمان، سرعت‌سنج و فشارسنج و دیگر وسیله‌های اندازه‌گیری برای کمیت‌هایی که محاسبه نسبت آنها مورد نظر است.
- ۵- استفاده از سایت‌های ریاضی در ارتباط با مفهوم نسبت بین دو مقدار

### • روش تدریس درس ۱. نسبت. صفحه ۴۸ •

نخست پیش‌سازمان‌دهنده را ارائه کنید. اگر پیش‌سازمان‌دهنده‌ای مناسب تراز پیش‌سازمان‌دهنده‌ای که در کتاب آمده است، تهیه کرده‌اید. آن را ارائه کنید و سپس از دانش‌آموزان بخواهید که به تصویر کتاب توجه کنند و متن زیر آن را بخوانند در غیر این صورت نخست پیش‌سازمان‌دهنده کتاب را ارائه کنید و سپس درباره اهمیت و نقش نعمت‌های خدادادی مانند فضای سبز موجود در کشور، استان‌ها و شهرها در زندگی ما، بحث و گفت‌وگو کنید.

اکنون این سؤال را مطرح کنید که اگر در شهری که ۲۵ کیلومتر مربع مساحت دارد، ۳ کیلومتر مربع آن فضای سبز باشد، چه کسری از آن، فضای سبز است آن را بنویسند.

$$\frac{\text{مساحت فضای سبز شهر}}{\text{مساحت کل شهر}} = \frac{۳}{۲۵}$$

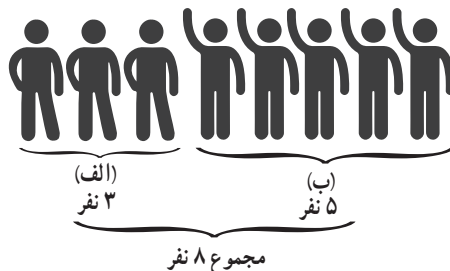
شبیه این مثال را برای موارد دیگری مانند تعداد دانش‌آموزان سال پنجم یک مدرسه به تعداد دانش‌آموزان کل آن مدرسه، تعداد شمع‌های خاموش یا روشن در یک دسته شمع به تعداد کل آن شمع‌ها، می‌توانید با همفکری دانش‌آموزان مطرح کنید و از آنها بخواهید که کسر نمایش‌دهنده یک جزء انتخاب شده به کل کمیت را بنویسند.

آنگاه از دانش‌آموزان بخواهید که متن مربوط به حیاط و فضای سبز موجود در آن را بخوانند. نخست روی کسری که نمایشگر فضای سبز موجود در حیاط به مساحت کل حیاط است تأکید شود و سپس این نکته بیان شود که  $\frac{۹}{۲۵}$  را نسبت مساحت فضای سبز موجود در این حیاط به مساحت کل حیاط می‌نامند. در واقع با استفاده از کسر نسبت بین دو مقدار بیان می‌شود.

اکنون به مثال‌هایی که قبلاً ارائه کرده‌اید برگردید و آنها را که به صورت کسر بیان کرده بودید به صورت نسبت بیان کنید. به عنوان مثال اگر گفته باشید کسری که مساحت فضای سبز یک شهر به مساحت کل آن شهر را نشان می‌دهد  $\frac{۳}{۲۵}$  است اینک بگویید که نسبت مساحت فضای سبز این شهر به مساحت کل شهر  $\frac{۳}{۲۵}$  می‌باشد. و یا اگر گفته باشید کسری که تعداد شمع‌های روشن به تعداد کل شمع‌ها را نشان می‌دهد... است اینک بگویید که نسبت تعداد شمع‌های روشن به تعداد کل شمع‌ها... است.

#### روش تدریس فعالیت ۱. صفحه ۴۸

قبل از انجام این فعالیت می‌توانید مرحله‌ای مجسم برای درک بهتر این فعالیت در نظر بگیرید، به این صورت که دو دسته ۳ تایی و ۵ تایی دانش‌آموز را جلو کلاس (پای تخته) بیاورید و آنها را گروه‌های (الف) و (ب) بنامید. تعداد افراد هر گروه را از دانش‌آموزان پیرسید و روی تخته کلاس یادداشت کنید، سپس تعداد مجموع این دو دسته را از دانش‌آموزان پیرسید و روی تخته کلاس یادداشت کنید.





اکنون از دانش‌آموزان بپرسید که نسبت تعداد دانش‌آموزان دسته (الف) به تعداد کل این دانش‌آموزان چقدر است. پاسخ را روی تخته کلاس یادداشت کنید.

$$\frac{\text{تعداد افراد گروه الف}}{\text{تعداد کل دو گروه}} = \frac{3}{8}$$

سپس نسبت تعداد افراد گروه (الف) به تعداد افراد گروه (ب) را با کمک دانش‌آموزان تعیین و روی تخته کلاس بنویسید.

$$\frac{\text{تعداد افراد گروه (الف)}}{\text{تعداد افراد گروه (ب)}} = \frac{3}{5}$$

$$\text{همچنین نسبت‌های } \frac{5}{3} = \frac{\text{تعداد افراد گروه (ب)}}{\text{تعداد افراد گروه (الف)}} \text{ و } \frac{8}{5} = \frac{\text{تعداد افراد کل دو گروه}}{\text{تعداد افراد گروه (ب)}} \text{ را با پرسش}$$

از دانش‌آموزان، مشخص سازید.

بعد از انجام مراحل بالا از دانش‌آموزان بخواهید که ابتدا فعالیت ۱ را مانند صورت یک مسئله، یک بار بخوانند (برای فهمیدن مسئله)، سپس از آنها بخواهید که بندهای این فعالیت را با توجه به مدت زمانی که شما تعیین می‌کنید انجام دهند. کار انجام شده و کار در حال انجام توسط دانش‌آموزان را کنترل کنید. بدفهمی‌ها و اشتباه‌های احتمالی، همچنین راه حل‌های بدیع و خلاقانه را یادداشت کنید و پس از پایان انجام فعالیت، با طرح آنها توسط خود دانش‌آموزان به رفع بدفهمی‌ها بپردازید و روش‌های خلاقانه را هم توسط کسانی که راه حل تازه‌ای داشته‌اند طرح کنید. در صورت لزوم به جمع‌بندی نتایج بپردازید.

پاسخ :

$$\text{الف) } 3 \text{ به } 8 \text{ یا } \frac{3}{8} \quad \text{ب) } 3 \text{ به } 5 \text{ یا } \frac{3}{5} \quad \text{پ) } 5 \text{ به } 3 \text{ یا } \frac{5}{3} \quad \text{ت) } 8 \text{ به } 5 \text{ یا } \frac{8}{5}$$

یکی از اهداف این فعالیت محاسبه نسبت بین دو مقدار (کمیت) در حالت‌های جزء، به کل، جزء به جزء و کل به جزء است. در ضمن در این فعالیت از کمیت‌های پیوسته (متصل) برای محاسبه نسبت بین آنها استفاده کرده‌ایم. مدت زمان انجام این فعالیت توسط دانش‌آموزان ۱۰ تا ۱۲ دقیقه و مدت زمان بحث کلاسی برای رفع بدفهمی‌ها و ... مدت ۱۵ دقیقه پیشنهاد می‌شود.

### ● روش تدریس فعالیت ۲. صفحه ۴۸

این فعالیت، یک فعالیت باز پاسخ است. از دانش آموزان بخواهید پس از خواندن صورت فعالیت، آن را در مدت زمانی که تعیین می کنید (پیشنهاد ۶ دقیقه) انجام دهند. به روال انجام هر فعالیت، کار انجام شده و کار در حال انجام توسط دانش آموزان را ثبت کنید. سپس کار هر گروه در کلاس بررسی گردد و تفاوت پاسخ های به دست آمده توسط دانش آموزان و دلیل این تفاوت ها روشن گردد. دو حالت خاص ممکن است پیش آید. حالت اول آن است که یک گروه از دانش آموزان تمام خانه های مستطیل را رنگ سبز بزنند که در این حالت به لازم بودن خیابان، خانه و مدرسه و ساختمان های دیگر توجه نکرده اند و حالت دوم آن است که هیچ خانه ای را رنگ سبز نزنند که این حالت، توجه نداشتن آنها به لزوم فضای سبز در یک شهر است.

### ● روش تدریس فعالیت ۳. صفحه ۴۹

از دانش آموزان بخواهید پس از خواندن فعالیت، آن را در مدت زمان مشخص شده توسط شما انجام دهند. کار انجام شده را کنترل و بدفهمی های احتمالی را با بحث کلاسی بر طرف سازید. دو نکته مهم در این فعالیت وجود دارد. یکی آنکه کمیت های داده شده گسسته (منفصل) می باشند و دیگر آنکه می خواهیم بگوییم، همانند کسرها، نسبت ها نیز می توانند کوچک تر از ۱ (در این فعالیت  $\frac{3}{5}$ )، مساوی ۱ (در این فعالیت  $= \frac{3}{3}$ ) و یا بزرگ تر از ۱ (در این فعالیت  $\frac{5}{3}$ ) باشند:

پاسخ:

الف) $\frac{5}{3}$	ب) $\frac{3}{5}$	پ) $\frac{3}{3} = 1$	ت) $\frac{5}{3}$
--------------------	------------------	----------------------	------------------

### ● روش تدریس فعالیت ۴. صفحه ۴۹

مراحل انجام این فعالیت همانند فعالیت های قبلی است اما نکته مهمی که در این فعالیت وجود دارد، آن است که کمیت های داده شده غیر همجنس می باشند زیرا یکی کیلومتر و دیگری ساعت است. همان طوری که قبلاً گفتیم، نسبت بین دو کمیت غیر همجنس را نرخ یا آهنگ (Rate) می نامند. اما ما در این کتاب نامی از نرخ نمی بریم و آن را نسبت بین دو کمیت می نامیم. در سال های بعد درباره نرخ مطالب بیشتری خواهد آمد.

پاسخ:

الف)  $\frac{2800}{4}$

ب)  $700$  کیلومتر؛ یعنی هواپیما در مدت ۱ ساعت  $700$  کیلومتر می پیماید که آن را به صورت

ساعت/کیلو متر  $700$  و یا  $700 \text{ Km/h}$  نشان می‌دهند و به آن سرعت هواپیما می‌گویند.

پس از انجام فعالیت‌های ۱ تا ۴ از دانش‌آموزان بخواهید که در زمینه‌های مطرح شده در کتاب و یا در زمینه‌های دیگری که نسبت در آنها اهمیت دارد، مواردی را مطرح کنند و روی برخی از این موارد در کلاس کار کنید. به عنوان مثال موارد زیر را می‌توان مطرح کرد:

— نسبت مقدار فلز خالص به مقدار سنگ در یک معدن، که برای مقرون به صرفه بودن استخراج آن معدن اهمیت دارد.

— نسبت دو طول (طول و عرض تخته کلاس، میز دانش‌آموزان، کتاب درسی، قد دو نفر، ارتفاع دو کوه یا دو ساختمان . طول درخت و طول سایه آن و ...)

— نسبت دو سطح، نسبت دو حجم

— نسبت میزان تولید و یا مصرف در صنعت، کشاورزی، و ...

— نسبت دو وزن (افراد، اشیاء، ...)

— نسبت دو کمیت غیر همجنس مانند نسبت مسافت پیموده شده توسط یک متحرک (اتومبیل،

هواپیما، قطار، دوچرخه، انسان، ...) به مدت زمان صرف شده برای پیمودن این مسافت

### ● روش تدریس کار در کلاس ۱. صفحه ۴۹

این کار در کلاس به منظور آن است که ببینیم دانش‌آموزان به آن میزان از درک و فهم رسیده‌اند که وقتی می‌گوییم. نسبت دو مقدار ۲ به ۳ است، منظورمان چیست؟ به علاوه می‌خواهیم دانش‌آموزان به این نکته توجه کنند که برای انجام یک فعالیت یا کار در کلاس راهبردهای مختلفی می‌تواند وجود داشته باشد. از دانش‌آموزان بخواهید روش‌های کامل شده را بررسی و روش‌های کامل نشده را کامل کنند کار انجام شده و کار در حال انجام آنها را زیر نظر بگیرید و بدفهمی‌های احتمالی را یادداشت کنید. سپس با بحث کلاسی توسط دانش‌آموزان، به رفع اشتباه‌های احتمالی بپردازید. توجه داشته باشید که اشکان از دو طول و محاسبه نسبت جزء به جزء، علی از دو سطح و محاسبه نسبت جزء به جزء، پرویز از دو حجم و محاسبه نسبت جزء به جزء و ناصر از تصویر ۳ مربع و محاسبه نسبت جزء به کل استفاده کرده است.

در صورتی که دانش‌آموزانی کار در کلاس را با راه حل‌های جدیدی انجام داده باشند، آنها را حتماً ارائه دهید.

پاسخ:  $\frac{2}{3} = \frac{\text{تعداد مربع‌های رنگ شده}}{\text{تعداد کل مربع‌ها}}$  : ناصر  $\frac{2}{3} = \frac{\text{تعداد مکعب‌های رنگ شده}}{\text{تعداد مکعب‌های رنگ نشده}}$  : پرویز

## ● روش تدریس کار در کلاس ۲. صفحه ۵۰

این کار در کلاس، یک کاربرد نسبت در درون ریاضی است. از دانش‌آموزان بخواهید که پس از خواندن کار در کلاس آن را در مدتی که شما تعیین می‌کنید انجام دهند. کار انجام شده و کار در حال انجام آنها را به منظور ثبت بدفهمی‌های احتمالی و یا راه حل‌های خلاقانه ثبت کنید. پس از انجام فعالیت توسط دانش‌آموزان به رفع بدفهمی‌های احتمالی و ارائه روش‌های جدید (در صورت وجود) توسط خود دانش‌آموزان بپردازید. در صورت لزوم با یک جمع‌بندی کار را به پایان ببرید.

پاسخ:

$$\frac{6}{2} = 3 \text{ (الف)}$$

ب) طول مستطیل ۳ برابر عرض آن است در واقع می‌توان گفت نسبت بین دو مقدار که یک عدد مطلق است، مشخص می‌کند که یک کمیت چند برابر کمیت دیگر است. حتی اگر این نسبت عددی غیر صحیح باشد.

به عنوان مثال در شکل روبه‌رو داریم:



$$\frac{\text{تعداد مثلث‌ها}}{\text{تعداد مربع‌ها}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

بنابراین می‌توانیم بگوییم که تعداد مثلث‌ها  $\frac{3}{2}$  برابر تعداد مربع‌هاست.

## ● روش تدریس کار در کلاس ۳. صفحه ۵۰

این کار در کلاس یک کاربرد نسبت در برون ریاضی است. برای انجام این کار در کلاس، دانش‌آموزان باید توجه کنند که این چاشنی از  $2+1+3=6$  قاشق ادویه درست شده است. از دانش‌آموزان بخواهید که پس از خواندن صورت کار در کلاس، آن را انجام دهند. کار انجام شده را کنترل کنید و بدفهمی‌های احتمالی را توسط خود دانش‌آموزان رفع کنید.

پاسخ:  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$  مقدار زنجبیل و  $\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$  مقدار فلفل  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$  مقدار زردچوبه چاشنی درست شده چاشنی درست شده چاشنی درست شده

## ● روش تدریس کار در کلاس ۴. صفحه ۵۰

این کار در کلاس نیز یک کاربرد نسبت در برون ریاضی و از طرفی یک نرخ است. از دانش‌آموزان بخواهید که پس از خواندن متن آن، کار در کلاس را انجام دهند. کار انجام شده را کنترل و با بحث کلاسی بررسی کنید.

پاسخ:

$$\frac{48}{4} \text{ (الف)}$$

$$\text{ب) } 12 = \frac{48}{4} \text{ یعنی حلزون در ۱ ساعت ۱۲ متر را می پیماید.}$$

## حل تمرین های درس ۱ نسبت. صفحه های ۵۰ و ۵۱

۱- با توجه به شکل های داده شده، نسبت های زیر را به دست آورید.



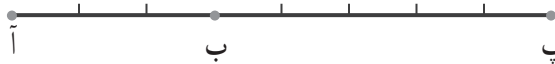
$$= \frac{3}{7} \text{ نسبت تعداد مربع ها به تعداد کل شکل ها}$$

$$= \frac{4}{7} \text{ نسبت تعداد مثلث ها به تعداد کل شکل ها}$$

$$= \frac{4}{3} \text{ نسبت تعداد مثلث ها به تعداد مربع ها}$$

$$= \frac{3}{4} \text{ نسبت تعداد مربع ها به تعداد مثلث ها}$$

۲- با توجه به شکل، نسبت های زیر را تعیین کنید.



$$= \frac{5}{3} \text{ نسبت اندازه پاره خط ب پ به اندازه پاره خط آ ب}$$

$$= \frac{3}{5} \text{ نسبت اندازه پاره خط آ ب به اندازه پاره خط ب پ}$$

$$= \frac{5}{8} \text{ نسبت اندازه پاره خط ب پ به اندازه پاره خط آ پ}$$

$$= \frac{3}{8} \text{ نسبت اندازه پاره خط آ ب به اندازه پاره خط آ پ}$$

۳- شکل‌های زیر به قسمت‌های مساوی تقسیم شده‌اند. در هر شکل نسبت مساحت قسمت رنگ شده را به مساحت کل شکل به دست آورید.



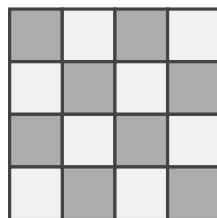
$$\frac{1}{8}$$



$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$



۴- نتیجه بازی‌های یک تیم فوتبال در یک سال، در جدول زیر آمده است. با توجه به داده‌های جدول، جاهای خالی زیر را پر کنید.

تساوی	باخت	بُرد
۷	۴	۱۴

$$\frac{۱۴}{۲۵} = \frac{\text{تعداد بُرد}}{\text{تعداد کل بازی}} = \frac{۱۴}{۷} = ۲ \quad \frac{۷}{۲۵} = \frac{\text{تعداد تساوی}}{\text{تعداد کل بازی}} = \frac{۷}{۴} = \frac{۱۴}{۲} = ۲ \quad \frac{۴}{۲۵} = \frac{\text{تعداد باخت}}{\text{تعداد کل بازی}} = \frac{۴}{۷} = \frac{۱۴}{۲} = ۲$$

۵- کیمیا ۳۶ صفحه یک کتاب را در مدت ۴ ساعت خواند. فرزانه ۳۰ صفحه از همان کتاب را در مدت ۳ ساعت خواند.

الف) نسبت تعداد صفحات خوانده شده به تعداد ساعت‌ها را برای هر دو نفر حساب کنید.

$$\frac{۳۰}{۳} = ۱۰ = \frac{\text{تعداد صفحه}}{\text{تعداد ساعت}} : \text{فرزانه} \quad \frac{۳۶}{۴} = ۹ = \frac{\text{تعداد صفحه}}{\text{تعداد ساعت}} : \text{کیمیا}$$

ب) کیمیا در هر ساعت چند صفحه خوانده است؟ فرزانه چطور؟

کیمیا ۹ صفحه، فرزانه ۱۰ صفحه

۶- طول درختی یک متر و ۸۰ سانتیمتر و اندازه سایه آن درخت ۱۲۰ سانتیمتر است. نسبت اندازه سایه این درخت به طول آن را تعیین کنید.



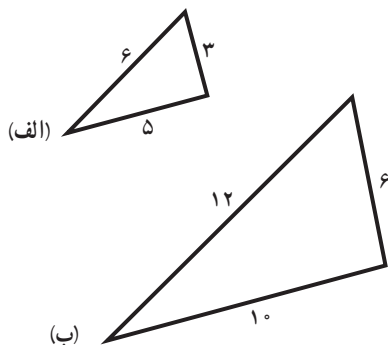
حل. باید واحدها را یکسان سازیم :

طول درخت برحسب سانتیمتر  $180 = 100 + 80$  ۱ متر به سانتیمتر  $100 = 1 \times 100$

$$\frac{\text{اندازه سایه درخت}}{\text{اندازه طول درخت}} = \frac{120}{180} = \frac{2}{3}$$

۷- با توجه به اندازه ضلع های دو مثلث زیر،

(الف) جاهای خالی را پر کنید.



$$\frac{\text{بزرگ ترین ضلع مثلث (ب)}}{\text{بزرگ ترین ضلع مثلث (الف)}} = \frac{12}{6} = 2$$

$$\frac{\text{کوچک ترین ضلع مثلث (ب)}}{\text{کوچک ترین ضلع مثلث (الف)}} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\frac{\text{ضلع دیگر مثلث (ب)}}{\text{ضلع دیگر مثلث (الف)}} = \frac{10}{5} = 2$$

(ب) نسبت های بالا را پس از ساده کردن، با هم مقایسه کنید.

$$\frac{12}{6} = \frac{6}{3} = \frac{10}{5} = 2$$

این سه نسبت با هم مساوی اند، زیرا داریم :  $\frac{12}{6} = \frac{6}{3} = \frac{10}{5} = 2$

نکته. این تمرین، به منظور آمادگی ذهنی برای درس بعدی، یعنی نسبت های مساوی است (برای ایجاد انگیزه)

## توصیه های آموزشی

۱- در این کتاب در ارائه مفهوم نسبت بین دو کمیت همجنس (مثل دو طول، یا دو وزن) و ارائه مفهوم نسبت بین دو کمیت غیر همجنس (مثل طول و زمان، تعداد صفحات یک کتاب و زمان) تفاوتی در نظر گرفته نشده است حال آنکه اولی نسبت بین دو کمیت (Ratio) است، و دومی نرخ یا آهنگ (Rate) نامیده می شود. معلمان محترم هم در این مقطع تحصیلی نباید از نرخ یا آهنگ نامی ببرند و باید آن را نسبت معرفی کنند. در سال های بعد نرخ یا آهنگ معرفی خواهد شد.

۲- در ارائه مفهوم نسبت و یا در کاربردها و تمرین هایی که ممکن است ارائه آنها برای تکمیل آموزش برای کلاس یا برخی از دانش آموزان لازم باشد، نباید حالت های  $\frac{\text{عدد}}{\text{عدد}}$  و  $\frac{\text{درجه}}{\text{درجه}}$  مطرح گردد.

۳- در ارائه مفهوم نسبت، نسبت جزء به جزء، نسبت جزء به کل، نسبت کل به جزء مورد تأکید است. دانش‌آموزان باید در محاسبه این نسبت‌ها به مهارت دست یابند.

### بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

در ساده کردن نسبت‌ها باید توجه داشته باشیم که صورت و مخرج نسبت را تنها در یک عدد مخالف صفر می‌توان ضرب کرد و یا بر یک عدد مخالف صفر می‌توان تقسیم نمود. جمع کردن صورت و مخرج نسبت با یک عدد و یا کم کردن یک عدد از صورت و مخرج نسبت، درست نیست مگر آنکه نسبت برابر ۱ باشد، مانند  $\frac{5}{5}$  و  $\frac{20}{20}$  و  $\frac{32}{32}$ . در ضمن انجام دو عمل متفاوت ضرب و تقسیم در صورت و مخرج یک نسبت درست نیست به نمونه‌های زیر توجه فرمایید.

$$\frac{12}{18} \neq \frac{24}{9} \rightarrow \frac{12}{18} \neq \frac{24}{9},$$

$\begin{array}{c} \times 2 \\ \curvearrowright \\ \div 2 \end{array}$

$$\frac{12}{18} = \frac{12+6}{18+6} \rightarrow \frac{12}{18} = \frac{18}{24} \rightarrow \frac{12}{18} \neq \frac{18}{24}$$

$$\frac{12}{18} = \frac{12-4}{18-4} \rightarrow \frac{12}{18} = \frac{8}{14} \rightarrow \frac{12}{18} \neq \frac{8}{14},$$

$$\frac{18}{18} = \frac{18+6}{18+6}$$

$$\frac{18}{18} = \frac{24}{24} \rightarrow \frac{18}{18} = \frac{24}{24}$$

$$\frac{18}{18} = \frac{18-7}{18-7} \rightarrow \frac{18}{18} = \frac{11}{11} \rightarrow \frac{18}{18} = \frac{11}{11}$$



#### اهداف

- ۱- درک مفهوم نسبت‌های مساوی
  - ۲- حل مسئله‌های مرتبط با نسبت‌های مساوی در درون ریاضی و ریاضی و علوم دیگر
  - ۳- فهم ارتباط نسبت‌های مساوی با مفاهیم مرتبط
  - ۴- بالابردن مهارت‌های محاسباتی در مورد نسبت‌ها.
- ابزارهای مورد نیاز :
- ۱- ابزار مختلف اندازه‌گیری برای تعیین نسبت‌های مساوی و نسبت‌هایی که مساوی نیستند.
  - ۲- اشیاء، تصویرها، جدول‌ها و نمودارهایی که در آنها نسبت‌های مساوی و نامساوی وجود دارند، مانند شکل‌های هندسی در دو بعد و سه بعد ، تعداد شاگردان در دو مدرسه در سال‌های مشابه، فضاهای سبز چند استان کشور، تعداد گیاهان یا درختان در دو بوستان، میزان تولید و مصرف در کشاورزی، صنایع و ...
  - ۳- سایت‌های ریاضی که در آنها مطالبی در ارتباط با نسبت‌های مساوی و نامساوی دارند.

## ارائه پیش‌سازمان‌دهنده

به‌عنوان پیش‌سازمان‌دهنده برای آموزش مفهوم نسبت‌های مساوی می‌توانید از نسبت تعداد نیمکت‌ها و تعداد دانش‌آموزانی که روی هر نیمکت نشسته‌اند استفاده کنید (این تعداد باید یکی باشد). به‌عنوان مثال، اگر کلاس ۸ نیمکت داشته باشد و روی هر نیمکت ۲ نفر نشسته باشند، جدول زیر را ارائه کنید.

نیمکت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
دانش‌آموز	۲	۴			۱۰			
$\frac{\text{تعداد نیمکت}}{\text{تعداد دانش‌آموز}}$	$\frac{۱}{۲}$			$\frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}$				

از دانش‌آموزان بخواهید که این جدول را کامل کنند و سپس نسبت‌هایی را که به‌دست آمده ساده کنند و با هم مقایسه نمایند و با بحث کلاسی مساوی بودن آنها تبیین گردد.  
از پیش‌سازمان‌دهنده‌های دیگری نیز می‌توانید استفاده کنید.

### ● روش تدریس فعالیت ۱. صفحه ۵۲

اگر پیش‌سازمان‌دهنده‌ای برای ایجاد انگیزه به منظور یادگیری نسبت‌های مساوی ارائه کرده‌اید، از دانش‌آموزان بخواهید که این فعالیت را انجام دهند. کار انجام‌شده توسط دانش‌آموزان را کنترل کنید و بدفهمی‌های احتمالی را رفع نمایید و راه‌حل‌های جدید را مطرح کنید.

پاسخ:

(الف) بلی است، زیرا نصف، همان  $\frac{۱}{۲}$  است؛ یعنی داریم:

$$\frac{\text{مقدار شربت در لیوان}}{\text{گنجایش کل لیوان}} = \frac{۱}{۲} \quad \text{و} \quad \frac{\text{مقدار شربت در پارچ}}{\text{گنجایش کل پارچ}} = \frac{۱}{۲}$$

پس این دو نسبت با هم مساوی‌اند و گنجایش لیوان و پارچ در آن نقشی ندارد.

پاسخ:

(ب) خیر است. در صورتی که گنجایش لیوان و پارچ مساوی نباشند. اما در صورتی که گنجایش لیوان و پارچ مساوی باشد پاسخ بلی است.

پاسخ :

(پ) آن است که شیرینی شربت درست شده در لیوان و پارچ یکی است. زیرا نسبت شربت و آب در هر دو یکی است.

نکته ۱ : اگر پیش‌سازمان‌دهنده‌ای در نظر نگرفته‌اید می‌توانید از همین فعالیت به عنوان پیش‌سازمان‌دهنده استفاده کنید. در این صورت فعالیت زیر را نیز می‌توانید ارائه کنید.  
فعالیت : در یک لیوان ۲ پیمانه شربت و ۳ پیمانه آب و در یک پارچ ۴ پیمانه شربت و ۶ پیمانه آب ریخته‌ایم.



الف) نسبت مقدار شربت به مقدار آب در لیوان را تعیین

\_\_\_\_\_ =

کنید.

ب) نسبت مقدار شربت به مقدار آب در پارچ را تعیین کنید.

\_\_\_\_\_ =

پ) دو نسبت به دست آمده بالا را با هم مقایسه کنید. در صورتی

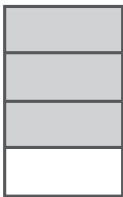
که این دو نسبت مساوی باشند، تساوی مربوط به آنها را بنویسید.

\_\_\_\_\_ =  
\_\_\_\_\_ =

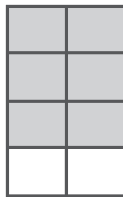
نکته : از فعالیت زیر نیز می‌توانید برای آموزش مفهوم نسبت‌های مساوی استفاده کنید. این

فعالیت نشان می‌دهد که مساوی بودن نسبت‌ها به نوع و اندازه شکل بستگی ندارد.

فعالیت : هریک از شکل‌های داده شده به قسمت‌های مساوی تقسیم شده‌اند :



(۱)



(۲)

الف) در هریک از شکل‌های (۱) و (۲) نسبت

مساحت قسمت رنگ شده به مساحت کل شکل را

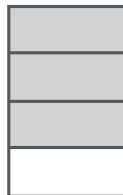
به دست آورید و تا حد امکان ساده کنید.

(۱) → \_\_\_\_\_ (۲) → \_\_\_\_\_

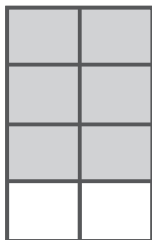
ب) این دو نسبت را با هم مقایسه کنید و در صورت

مساوی بودن، تساوی مربوط به آنها را بنویسید.

.....



(۳)



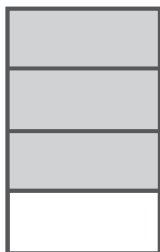
(۴)

پ) مراحل الف) و ب) را برای شکل‌های (۳) و

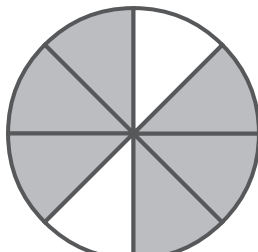
(۴)، انجام دهید.

(۳) → \_\_\_\_\_ (۴) → \_\_\_\_\_

.....



(۵)



(۶)

ت) مراحل (الف) و (ب) را برای  
شکل های (۵) و (۶) انجام دهید.  
(۵) → \_\_\_\_\_ (۶) → \_\_\_\_\_

از فعالیت بالا چه نتیجه ای می گیرید؟ آیا می توانیم بگوییم که دو نسبت  $\frac{۳}{۴}$  و  $\frac{۶}{۸}$  با هم برابرند؟  
آیا می توانیم بنویسیم:  $\frac{۳}{۴} = \frac{۶}{۸}$

### ● روش تدریس فعالیت ۲. صفحه ۵۲

از دانش آموزان بخواهید که پس از خواندن صورت فعالیت، آن را انجام دهند. کار انجام شده را کنترل و بدفهمی های احتمالی را توسط دانش آموزان و با بحث کلاسی رفع کنید و روش های خلاقانه را نیز طرح نمایید. در پایان به جمع بندی کار انجام شده بپردازید. توجه داشته باشید که در این فعالیت کمیت های مطرح شده متفاوت می باشند.  
پاسخ: بلی است، زیرا داریم:

$$\text{(الف)} \rightarrow \frac{\text{مساحت قسمت رنگ شده}}{\text{مساحت کل شکل}} = \frac{۳}{۴}$$

$$\text{(ب)} \rightarrow \frac{\text{مساحت قسمت رنگ شده}}{\text{مساحت کل شکل}} = \frac{۶}{۸} = \frac{۳}{۴}$$

چون  $\frac{۳}{۴} = \frac{۶}{۸}$  است، پس این دو شکل به یک نسبت رنگ شده اند.

### ● روش تدریس کار در کلاس. صفحه ۵۲

این کار در کلاس باهدف آوردن مثال با نامثال، برای پیدا کردن نسبت های مساوی و نسبت هایی که مساوی نیستند، از بین چند نسبت، ارائه گردیده است. پس از خواندن صورت فعالیت از دانش آموزان بخواهید که مانند نمونه انجام شده، این فعالیت را انجام دهند. کار انجام شده توسط آنها را کنترل و با بحث کلاسی بدفهمی های احتمالی را رفع کنید و راه حل های جدید را نیز (در صورت وجود) بررسی کنید.

پاسخ:

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} = \frac{30}{20} \rightarrow \text{اسب سواری} , \quad \frac{4}{3} = \frac{80}{60} \rightarrow \text{شنا} , \quad \frac{4}{3} = \frac{240}{180} \rightarrow \text{فوتبال} \\ \frac{11}{11} = \frac{36}{22} \rightarrow \text{فوتسال} , \quad \frac{3}{2} = \frac{36}{24} \rightarrow \text{بسکتبال} , \quad \frac{4}{3} = \frac{24}{18} \rightarrow \text{والیبال} \end{aligned}$$

به طوری که دیده می شود همه نسبت های به دست آمده با هم مساوی نیستند. اما  $\frac{240}{180}$  و  $\frac{80}{60}$  و  $\frac{24}{18}$  که همگی مساوی  $\frac{4}{3}$  می باشند با هم مساوی اند و تساوی مربوط به آنها به صورت  $\frac{240}{180} = \frac{80}{60} = \frac{24}{18}$  است.

دو نسبت  $\frac{30}{20}$  و  $\frac{36}{24}$  که هر دو مساوی  $\frac{3}{2}$  هستند نیز با هم مساوی اند و تساوی مربوط به آنها به صورت  $\frac{30}{20} = \frac{36}{24}$  است. اما نسبت  $\frac{36}{22}$  یا  $\frac{18}{11}$  با هیچ یک از نسبت های دیگر به دست آمده در این فعالیت مساوی نیست.

### ● روش تدریس فعالیت. صفحه ۵۳

این فعالیت دو هدف اصلی دارد یکی آنکه میزان درک دانش آموزان از مساوی بودن دو نسبت را بفهمیم و دیگر آنکه دو ویژگی از نسبت های مساوی را که در سال چهارم دبستان در مورد کسر دیده ایم، در مورد نسبت ها نیز مورد بررسی قرار دهیم که این دو مورد در پایان فعالیت آمده است. از دانش آموزان بخواهید که پس از خواندن صورت فعالیت آن را انجام دهند و هریک از روش های ارائه شده را بررسی کنند؛ آنگاه با بحث کلاسی هریک از این روش ها را تبیین کنید و اشتباه های احتمالی را نیز با بحث کلاسی برطرف سازید.

در روش هاله از رسم شکل هندسی استفاده شده است. نخست مستطیل به ۶ قسمت مساوی تقسیم شده و ۴ قسمت از آن رنگ شده تا نسبت  $\frac{4}{6}$  مشخص گردد. سپس با رسم خط عمودی، مستطیل به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم شده است که ۸ قسمت از آن رنگ شده است؛ یعنی کسر  $\frac{8}{12}$  تبیین می شود و در نتیجه تساوی  $\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$  مشخص می گردد.

در روش نسرین هریک از نسبت ها به ساده ترین صورت ممکن تبدیل شده است که هر دو مساوی  $\frac{2}{3}$  می باشند، نتیجه می شود که  $\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$  است.

در روش مهتاب، صورت و مخرج  $\frac{4}{6}$  در ۲ ضرب شده است و تساوی  $\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$  روشن شده است.

در روش نسیم از تقسیم صورت و مخرج  $\frac{8}{12}$  بر ۲ استفاده شده تا تساوی  $\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$  مشخص گردد.

### ● روش تدریس کار در کلاس‌ها. صفحه‌های ۵۳ و ۵۴

کار در کلاس‌های ارائه شده در این قسمت، کاربردهای مفهوم نسبت‌های مساوی در درون ریاضی و در ریاضی و علوم دیگر است.

### ● روش تدریس کار در کلاس ۱. صفحه ۵۳

نسبت بین دو مقدار و یکی از آن دو مقدار داده شده است و مقدار دیگر خواسته شده است. نکته‌ای که باید در این کار در کلاس مورد توجه قرار گیرد آن است که با توجه به نسبت داده‌شده بین دو مقدار آیا مقدار بزرگ‌تر در صورت نسبت قرار دارد؟ و یا در مخرج آن؟ به عنوان مثال اگر نسبت بین دو عدد  $\frac{2}{3}$  باشد، در نسبت‌های مساوی آن عدد بزرگ‌تر در مخرج نسبت قرار دارد، زیرا  $3 > 2$  است. بدیهی است که عدد کوچک‌تر در صورت نسبت‌های مساوی قرار خواهد داشت، زیرا  $2 < 3$  است. به عنوان مثال:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \text{---}$$

پاسخ:

$$\frac{4}{1} = \frac{64}{16} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{4}{1} = \frac{16}{4} \quad (\text{الف})$$

### ● روش تدریس کار در کلاس ۲. صفحه ۵۴

قسمت (الف) این کار در کلاس شبیه فعالیت قبلی است، تنها لازم است ابتدا نسبت‌های داده‌شده را که به صورت ۱۲ به ۲۰ و ۱۸ به ۳۰ نوشته شده است به صورت  $\frac{12}{20}$  و  $\frac{18}{30}$  بازنمایی کرده آنگاه مساوی بودن آنها را به یکی از روش‌هایی که در فعالیت صفحه ۵۳ آمده است و یا روش‌های دیگر بررسی کنیم. کار انجام‌شده را کنترل کنید و بدفهمی‌های احتمالی را رفع نمایید و راه‌حل‌های ابتکاری را (در صورت وجود) مطرح سازید.

پاسخ:

$$\frac{12}{20} = \frac{3}{5}, \frac{18}{30} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{12}{20} = \frac{18}{30}$$

(الف)

هدف قسمت (ب) آن است که با استفاده از ویژگی نسبت های مساوی مانند نمونه حل شده، عدد مناسب برای هر قسمت نوشته شود.

(ب) با توجه به تساوی نسبت ها، در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$$\begin{array}{c} \div 3 \\ \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \\ \div 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \div 4 \\ \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \\ \div 4 \end{array}$$

$$\frac{7}{42} = \frac{7}{6} \rightarrow \frac{7}{6} = \frac{49}{42} \quad \begin{array}{c} \times 7 \\ \times 7 \end{array}$$

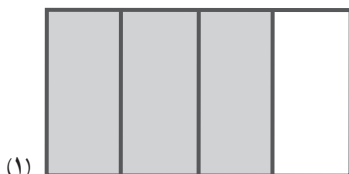
$$\frac{5}{36} = \frac{45}{36} \rightarrow \frac{45}{36} = \frac{5}{4} \quad \begin{array}{c} \div 9 \\ \div 9 \end{array}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{21}{24} = \frac{35}{40} = \frac{14}{16} = \frac{28}{32}$$

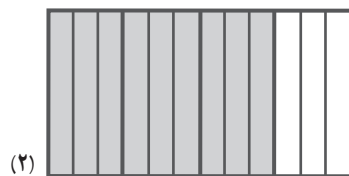
### ● روش تدریس کار در کلاس ۳. صفحه ۵۴

هدف قسمت (الف) این کار در کلاس آن است که دانش آموزان با استفاده از رسم شکل، نسبتی مساوی نسبت  $\frac{3}{4}$  بنویسند که مخرج آن ۱۲ باشد.

در مورد نسبت  $\frac{3}{4}$ ، مستطیل به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده است، ۳ قسمت از آن را رنگ زده ایم. داریم:



$$\rightarrow \frac{\text{مساحت قسمت رنگ شده}}{\text{مساحت کل مستطیل}} = \frac{3}{4}$$



اکنون ما می خواهیم نسبتی مساوی نسبت  $\frac{3}{4}$  بنویسیم که مخرج آن ۱۲ باشد. پس باید مستطیل داده شده به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم شود، یعنی هر مستطیل کوچک در شکل قبلی به ۳ مستطیل مساوی جدید تقسیم گردد. در این صورت ۳ مستطیل کوچک رنگ شده در

شکل (۱) به ۹ مستطیل کوچک جدید که رنگ شده اند در شکل (۲) تبدیل می شود؛ یعنی

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

داریم:

از دانش آموزان بخواهید که قسمت (الف) این فعالیت را انجام دهند. سپس کار انجام شده را کنترل و با بحث کلاسی بررسی کنید. بدفهمی ها را رفع و راه حل های ابتکاری را در کلاس توسط دانش آموزان مطرح کنید.

در قسمت (ب) از دانش‌آموزان خواسته شده که بدون رسم شکل یک نسبت مساوی نسبت  $\frac{3}{4}$  بنویسند که مخرج آن ۲۴ باشد؛ یعنی در جای خالی  $\frac{3}{4} = \frac{\quad}{24}$  عدد مناسبی نوشته شود تا دو نسبت مساوی گردند.

$$\begin{array}{c} \times 6 \\ \curvearrowright \\ \frac{3}{4} = \frac{18}{24} \\ \curvearrowleft \\ \times 6 \end{array}$$

با استفاده از ویژگی نسبت‌های مساوی خواهیم داشت :

از دانش‌آموزان بخواهید که قسمت (ب) را انجام دهند. کار انجام‌شده را با بحث کلاسی کنترل و بررسی کنید و بدفهمی‌های احتمالی را رفع نمایید.  
روش انجام قسمت (پ) شبیه قسمت (ب) است. از دانش‌آموزان بخواهید که آن را انجام دهند. کار انجام‌شده را کنترل و با بحث کلاسی بررسی کنید.

پاسخ :

$$\begin{array}{c} \times 6 \\ \curvearrowright \\ \frac{3}{4} = \frac{18}{24} \\ \curvearrowleft \\ \times 6 \end{array}$$

برای انجام قسمت (ت) باید ۴ نسبت مساوی نسبت  $\frac{3}{4}$  بنویسیم. ۳ نسبت از آنها می‌توانند نسبت‌های به‌دست‌آمده در قسمت‌های قبل باشند. اما می‌توانیم بدون استفاده از پاسخ‌های به‌دست‌آمده قبلی صورت و مخرج نسبت  $\frac{3}{4}$  را در ۴ عدد مختلف (عددهای متوالی و یا غیرمتوالی) مخالف صفر ضرب کنیم. این قسمت باز پاسخ است.  
نمونه پاسخ :

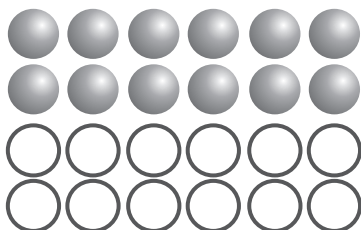
$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} = \frac{18}{24} = \frac{21}{28} \quad \text{و یا} \quad \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20}$$

از دانش‌آموزان بخواهید که قسمت (ت) را انجام دهند. کار انجام‌شده را کنترل و با بحث کلاسی بررسی کنید. بدفهمی‌های احتمالی را رفع و راه‌حل‌های جدید را مطرح کنید.



## حل تمرین‌های درس ۲. نسبت‌های مساوی. صفحه‌های ۵۴ و ۵۵.

۱- با دسته‌بندی‌های مناسب، برای شکل داده‌شده، نسبت‌های مساوی پیدا کنید و تساوی مربوط به این نسبت‌های مساوی را بنویسید.



پاسخ:  $\frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{6}{12} = \frac{8}{16} = \frac{10}{20} = \frac{12}{24}$

$\frac{2}{2} = \frac{4}{4} = \frac{6}{6} = \frac{8}{8} = \frac{10}{10} = \frac{12}{12}$

۲- نسبت‌های داده‌شده در هر قسمت را بنویسید و تا حد امکان ساده کنید. سپس، تساوی‌های مربوط به نسبت‌های مساوی را بنویسید.

الف)  $30^\circ$  به  $25^\circ$       ب)  $18^\circ$  به  $90^\circ$       پ)  $30^\circ$  به  $36^\circ$       ت)  $2^\circ$  به  $42^\circ$   
 $30^\circ$  به  $12^\circ$        $30^\circ$  به  $150^\circ$        $10^\circ$  به  $12^\circ$        $7^\circ$  به  $28^\circ$

الف)  $\frac{30^\circ}{25^\circ} = \frac{6}{5}$       ب)  $\frac{18^\circ}{90^\circ} = \frac{1}{5}$       این دو نسبت مساوی نیستند  $\rightarrow \frac{18^\circ}{90^\circ} = \frac{30^\circ}{150^\circ} = \frac{1}{5}$   
 $\frac{30^\circ}{12^\circ} = \frac{5}{2}$        $\frac{30^\circ}{150^\circ} = \frac{1}{5}$

پ)  $\frac{30^\circ}{36^\circ} = \frac{5}{6}$       ت)  $\frac{2^\circ}{42^\circ} = \frac{1}{21}$       این دو نسبت مساوی نیستند  $\rightarrow \frac{30^\circ}{36^\circ} = \frac{10^\circ}{12^\circ} = \frac{5}{6}$   
 $\frac{10^\circ}{12^\circ} = \frac{5}{6}$        $\frac{7^\circ}{28^\circ} = \frac{1}{4}$

۳- کدام یک از نسبت‌های زیر مساوی‌اند؟

الف) ۱۲ میکروسکوپ برای ۵۴ دانش‌آموز، ۸ میکروسکوپ برای ۳۶ دانش‌آموز



$$\begin{aligned} \frac{12}{54} &= \frac{2}{9} \\ \text{الف)} \quad \frac{8}{36} &= \frac{2}{9} \end{aligned} \rightarrow \frac{12}{54} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

ب) ۶ مرتبی برای ۴۰ شناگر، ۹ مرتبی برای ۶۰ شناگر

$$\begin{aligned} \frac{6}{40} &= \frac{3}{20} \\ \text{ب)} \quad \frac{9}{60} &= \frac{3}{20} \end{aligned} \rightarrow \frac{6}{40} = \frac{9}{60} = \frac{3}{20}$$

پ) ۲۵۰ کیلومتر در مدت ۴ ساعت، ۷۵۰ کیلومتر در مدت ۱۲ ساعت

$$\begin{aligned} \frac{250}{4} &= \frac{125}{2} \\ \text{پ)} \quad \frac{750}{12} &= \frac{125}{2} \end{aligned} \rightarrow \frac{250}{4} = \frac{750}{12} = \frac{125}{2}$$

ت) ۴ توپ برای ۶ نفر، ۸ توپ برای ۱۶ نفر

$$\begin{aligned} \frac{4}{6} &= \frac{2}{3} \\ \text{ت)} \quad \frac{8}{16} &= \frac{1}{2} \end{aligned} \rightarrow \text{این دو نسبت مساوی نیستند}$$

۴- الف) یک نسبت مساوی  $\frac{5}{3}$  بنویسید که صورت آن ۷۵ باشد.

$$\frac{5}{3} = \frac{75}{\square} \rightarrow \frac{5}{3} = \frac{75}{45}$$

$\xrightarrow{\times 15}$  (from 5 to 75)  
 $\xrightarrow{\times 15}$  (from 3 to 45)

ب) یک نسبت مساوی  $\frac{5}{3}$  بنویسید که مخرج آن ۲۴ باشد.

$$\frac{5}{3} = \frac{\square}{24} \rightarrow \frac{5}{3} = \frac{40}{24}$$

$\xrightarrow{\times 8}$  (from 3 to 24)  
 $\xrightarrow{\times 8}$  (from 5 to 40)

۵- در جاهای خالی، عدد مناسب بنویسید تا نسبت‌های مساوی به‌دست آیند.

$$\frac{5}{9} = \frac{20}{36}$$

×۴ (بالا)  
×۴ (پایین)

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

÷۲ (بالا)  
÷۲ (پایین)

$$\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

→  $\frac{6}{15} = \frac{6}{5}$  (بالا: ÷۳)  
→  $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$  (پایین: ÷۳)

$$\frac{180}{7} = \frac{6}{\square}$$

→  $\frac{180}{7} = \frac{6}{\square}$  (بالا: ×۳۰)  
→  $\frac{180}{7} = \frac{6}{210}$  (پایین: ×۳۰)

$$\frac{6}{7} = \frac{42}{49} = \frac{30}{35} = \frac{12}{14} = \frac{48}{56}$$

۶- کدام یک از محاسبه‌های زیر درست و کدام یک نادرست است؟ توضیح دهید.

$$\frac{6}{8} = \frac{12}{4}$$

×۲ (بالا)  
÷۲ (پایین)  
(پ)

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

÷۲ (بالا)  
÷۲ (پایین)  
(ب)

$$\frac{6}{8} = \frac{12}{16}$$

×۲ (بالا)  
×۲ (پایین)  
(الف)

پاسخ:

(الف) درست است، زیرا صورت و مخرج نسبت هر دو در ۲ ضرب شده‌اند.

(ب) درست است، زیرا صورت و مخرج نسبت هر دو بر ۲ تقسیم شده‌اند.

(پ) نادرست است، زیرا صورت در ۲ ضرب شده اما مخرج بر ۲ تقسیم شده است.

۷- با توجه به شکل روبه‌رو به سؤالات زیر پاسخ دهید.

(الف) نسبت اندازه کوچک‌ترین ضلع مثلث بزرگ به

اندازه محیط آن را پیدا کنید.

(ب) نسبت اندازه کوچک‌ترین ضلع مثلث کوچک به

اندازه محیط آن را پیدا کنید.

(پ) آیا این دو نسبت با هم برابرند؟

پاسخ:

(الف) اندازه محیط مثلث بزرگ را به دست می‌آوریم  $12 + 6 + 10 = 28$  از آنجا:

$$\frac{\text{اندازه کوچک‌ترین ضلع مثلث بزرگ}}{\text{اندازه محیط مثلث بزرگ}} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$$

(ب) اندازه محیط مثلث کوچک را به دست می‌آوریم:  $6 + 3 + 5 = 14$  از آنجا:

$$\frac{\text{اندازه کوچک‌ترین ضلع مثلث کوچک}}{\text{اندازه محیط مثلث کوچک}} = \frac{3}{14}$$

(پ) این دو نسبت برابرند.

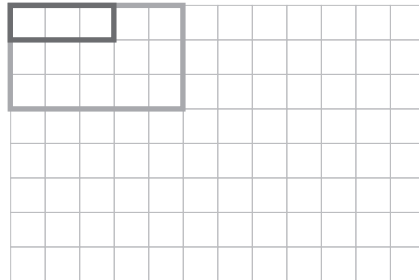
۸- یک مستطیل رسم کنید که نسبت طول آن به طول مستطیل رسم شده  $\frac{3}{5}$  و عرض آن  $\frac{1}{3}$

عرض مستطیل رسم شده باشد.

نسبت‌های زیر را بنویسید.

$$\frac{\text{محیط مستطیل جدید}}{\text{محیط مستطیل رسم شده}} =$$

$$\frac{\text{مساحت مستطیل جدید}}{\text{مساحت مستطیل رسم شده}} =$$



پاسخ : چون اندازه طول مستطیل رسم شده ۵ است، پس اندازه طول مستطیل جدید  $3 = \frac{3}{5} \times 5$  می باشد و چون عرض مستطیل رسم شده ۳ است، پس اندازه عرض مستطیل جدید  $1 = \frac{1}{3} \times 3$  خواهد بود بنابراین :

$$16 = (5+3) \times 2 = \text{اندازه محیط مستطیل رسم شده}$$

$$8 = (3+1) \times 2 = \text{اندازه محیط مستطیل جدید}$$

$$15 = 5 \times 3 = \text{اندازه مساحت مستطیل رسم شده}$$

$$3 = 3 \times 1 = \text{اندازه مساحت مستطیل جدید}$$

و از آنجا :

$$\frac{\text{اندازه محیط مستطیل جدید}}{\text{اندازه محیط مستطیل رسم شده}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = \frac{\text{اندازه مساحت مستطیل جدید}}{\text{اندازه مساحت مستطیل رسم شده}} = \frac{3}{15}$$

## توصیه های آموزشی

۱- با انجام مرحله مجسم و تقسیم دانش آموزان به گروه های متناسب و همچنین گروه هایی که متناسب نیستند، نسبت های مساوی و نامساوی را بسازید.

۲- نسبت های مساوی هم برای نسبت (Ratio) و هم برای نرخ (Rate) مطرح گردند، اما نام نرخ در این مقطع مطرح نگردد. همچنین نسبت های نامساوی تبیین گردند.

۳- از عددهای اعشاری و عددهای مخلوط برای بیان نسبت های مساوی در این مقطع استفاده نکنید.

۴- در این مقطع برای ساده کردن نسبت ها به منظور بررسی مساوی بودن یا مساوی نبودن آنها از عددهای اعشاری استفاده نکنید مثلاً نسبت  $\frac{3}{4}$  را به صورت  $\frac{1}{5}$  ننویسید.

۵- برای ساده کردن نسبت ها از روش ساده کردن کسرها استفاده کنید که دانش آموزان آن را می دانند.

۶- در نسبت های مساوی همانند کسرها، مساوی، رابطه هم ارزی وجود دارد و از این ویژگی در حل مسائل مربوط به نسبت های مساوی استفاده می کنیم.

۷- در آموزش خود، نسبت های نامساوی را هم در کنار نسبت های مساوی آموزش دهید.

#### اهداف

- ۱- فهمیدن مفهوم تناسب
  - ۲- فهم ارتباط تناسب با مفاهیم مرتبط با آن، مانند نسبت‌های مساوی
  - ۳- توانایی به کارگیری تناسب در حل مسئله‌ها در درون ریاضی و ریاضی و علوم دیگر
  - ۴- پی بردن به اهمیت و ارزش محیط زیست، تغذیه، سلامت، آب، کشاورزی، کار و ...
- ابزارهای مورد نیاز :
- ۱- ابزار اندازه‌گیری مانند متر، ترازو، دماسنج، فشارسنج، ساعت و ...
  - ۲- لبنیات، میوه‌جات، غلات و ... که در آنها کمیت‌های متناسب، وجود دارند مانند شیر و مواد موجود در آن، پرتقال یا میوه‌جات دیگر و میزان ویتامین‌های موجود در آنها، گندم و میزان سبوس موجود در آن، اسفناج و میزان آهن موجود در آن و موارد مشابه.
  - ۳- تصویرها، جدول‌ها و نمودارهایی از کمیت‌هایی متناسب، مانند جدول‌های میزان مواد تشکیل‌دهندهٔ گندم و ... همچنین کمیت‌هایی که متناسب نیستند.
  - ۴- سایت‌های ریاضی مرتبط با کمیت‌های متناسب و نامتناسب و تناسب.

● روش تدریس درس ۳. تناسب، صفحه ۵۶

در ابتدای این درس یک پیش سازمان‌دهنده ارائه گردیده است (یک تصویر و یک متن) شما می‌توانید با طرح این پرسش که لبنیات چیست؟ و چه فایده‌هایی برای ما دارد؟ پس از ارائه مطالبی دربارهٔ لبنیات توسط دانش‌آموزان نام تعدادی از آنها را روی تخته کلاس و در یک جدول بنویسید و دربارهٔ فواید هر کدام بحث کلاسی انجام دهید. آنگاه توجه دانش‌آموزان را به شیر و انواع آن (شیر گاو و شیر گوسفند و...) جلب کنید و موادی را که در آنها وجود دارد مطرح کنید. این ترکیبات می‌تواند در شیرهای مختلف، با هم تفاوت داشته باشد، آنگاه توجه دانش‌آموزان را به کلسیم موجود در شیر و نقش آن در سلامت انسان و استخوان‌بندی و ... جلب کنید و در این باره بحث کلاسی کنید.

از دانش‌آموزان بخواهید که متن بالای صفحه را بخوانند و پس از آن برای آنها روشن سازید که ما می‌خواهیم بدانیم آیا بین یک مقدار شیر و مقدار کلسیم موجود در آن رابطه‌ای وجود دارد؟ اکنون از دانش‌آموزان بخواهید که پس از خواندن صورت فعالیت ۱ بندهای آن را به ترتیب انجام دهند.

با توجه به جدول داده شده

	آزمایش ۲			آزمایش ۱
کلسیم (گرم)	۱۲	۱۸		
شیر (لیتر)	۱۰	۱۵		

پاسخ:

الف) چنین است؛

$$\text{آزمایش ۱: } \frac{\text{مقدار کلسیم}}{\text{مقدار شیر}} = \frac{۱۲}{۱۰} = \frac{۶}{۵} \quad \text{آزمایش ۲: } \frac{\text{مقدار کلسیم}}{\text{مقدار شیر}} = \frac{۱۸}{۱۵} = \frac{۶}{۵}$$

پاسخ:

ب) آیا این دو نسبت برابرند؟ بلی  $\frac{۱۲}{۱۰} = \frac{۱۸}{۱۵}$  است. چرا؟ زیرا هر دو نسبت مساوی  $\frac{۶}{۵}$  می‌باشند. ساده‌ترین صورت آنها یکی است) به طور کلی:

هر دو نسبت مساوی، یک تناسب را تشکیل می‌دهند.

پاسخ:

ب) در ۲۰ لیتر شیر چند گرم کلسیم وجود دارد؟

$$\frac{۱۲}{۱۰} = \frac{\square}{۲۰} \rightarrow \frac{۱۲}{۱۰} = \frac{۲۴}{۲۰} \quad \text{۲۴ گرم کلسیم}$$

برای به دست آوردن ۶ گرم کلسیم به چند لیتر شیر نیاز داریم؟

$$\frac{۱۲}{۱۰} = \frac{۶}{\square} \rightarrow \frac{۱۲}{۱۰} = \frac{۶}{۵} \quad \text{۵ لیتر شیر}$$

اکنون از دانش آموزان بخواهید که جدول را کامل کنند و با استفاده از آن ۴ تناسب بنویسند.

آزمایش ۲    آزمایش ۱

کلسیم (گرم)	۱۲	۱۸	۲۴	۶
شیر (لیتر)	۱۰	۱۵	۲۰	۵

$$\rightarrow \frac{۱۲}{۱۰} = \frac{۱۸}{۱۵}, \frac{۱۲}{۱۰} = \frac{۲۴}{۲۰}, \frac{۱۲}{۱۰} = \frac{۶}{۵}, \frac{۱۸}{۱۵} = \frac{۶}{۵}, \dots$$

در مثال بالا، دو مقدار کلسیم و شیر با هم متناسبند.

نکته: فعالیت ۱ را به صورت زیر نیز می توانید انجام دهید.

**فعالیت:** دو مقدار از یک نوع شیر، در یک آزمایشگاه صنایع شیر، برای تعیین مقدار کلسیم

موجود در آنها مورد آزمایش قرار گرفت و مشخص شد که در ۱۰ لیتر از این شیر ۱۲ گرم کلسیم و در

۱۵ لیتر از این شیر ۱۸ گرم کلسیم وجود دارد.

۱- نسبت اندازه کلسیم به مقدار شیر را برای هر مقدار شیر، تعیین کنید.

$$\frac{۱۲}{۱۰} = \frac{۶}{۵} \quad \frac{۱۸}{۱۵} = \frac{۶}{۵}$$

۲- این دو نسبت را با هم مقایسه کنید. چه نتیجه ای می گیرید؟ این دو نسبت با هم مساوی اند.

**دو نسبت که با هم مساوی باشند، یک تناسب تشکیل می دهند.**



آیا دو نسبت به دست آمده در بالا یک تناسب تشکیل می‌دهند؟ آن را بنویسید.  $\frac{۱۲}{۱۰} = \frac{۱۸}{۱۵}$   
 آیا برای مقدارهای دیگری از این نوع شیر، نسبت اندازه کلسیم به مقدار شیر، همین مقدار است؟ یا تغییر می‌کند؟

آزمایشگاه اندازه کلسیم موجود در ۲۰ لیتر دیگر از این شیر را ۲۴ گرم تعیین کرد. نسبت اندازه کلسیم به مقدار شیر برای این مقدار از شیر را تعیین کنید و این نسبت را با نسبت‌های قبلی مقایسه کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$$\frac{۲۴}{۲۰} = \frac{۶}{۵} \quad \text{و} \quad \frac{۱۲}{۱۰} = \frac{۱۸}{۱۵} = \frac{۲۴}{۲۰} = \frac{۶}{۵}$$

نسبت اندازه کلسیم به مقدار شیر در هریک از آزمایش‌های بالا یکسان است (یکی است). از آزمایش‌های دیگر برای مقدارهای دیگری از این شیر نیز همین نسبت به دست آمده یعنی مقدار افزایش کلسیم، متناسب با مقدار افزایش شیر است.  
 مقدارهای شیر و اندازه کلسیم موجود در آنها در این فعالیت را در جدول داده شده بنویسید.

کلسیم (گرم)	۱۲	۱۸	۲۴
شیر (لیتر)	۱۰	۱۵	۲۰

دو تناسب متفاوت را با استفاده از این جدول بنویسید. آیا نسبت اندازه کلسیم به مقدار شیر از یک نوع دیگر شیر نیز همین نسبت به دست آمده در بالاست؟

پاسخ: ممکن است مساوی باشد، ممکن است مساوی نباشد. چون شیر از نوعی دیگر است که باید در آزمایشگاه مورد بررسی قرار گیرد.

## ● روش تدریس فعالیت ۲. صفحه ۵۶

در این فعالیت کمیت‌هایی که متناسب هستند و همچنین کمیت‌هایی که متناسب نیستند، در کنار هم آمده‌اند تا دانش‌آموزان به درک بهتری از کمیت‌های متناسب و کمیت‌های نامتناسب برسند. از دانش‌آموزان بخواهید که نخست جدول سمت چپ؛ یعنی جدول مربوط به محیط‌ها را کامل کنند. با بحث کلاسی کار انجام‌شده را بررسی و بدفهمی‌های احتمالی را رفع کنید. سپس از آنها بخواهید که جدول سمت راست، یعنی جدول مربوط به مساحت‌ها را کامل کنند. کار انجام‌شده را کنترل کنید و بحث کلاسی لازم را انجام دهید.

اندازه ضلع	۱	۲	۵	۱۰
اندازه محیط	۴	۸	۲۰	۴۰

اندازه ضلع	۱	۲	۵	۱۰
اندازه مساحت	۱	۴	۲۵	۱۰۰

اکنون از دانش‌آموزان بخواهید که بند (ب) فعالیت را انجام دهند و با بحث کلاسی جدول‌های کتاب را کامل کنند. پس از بررسی و کنترل کار انجام شده، توسط دانش‌آموزان و رفع اشتباه‌های احتمالی.

اکنون از دانش‌آموزان بخواهید که مرحله (پ) فعالیت را انجام دهند، یعنی نسبت اندازه محیط به ضلع برای هر مربع را در جدول محیط‌ها به دست آورند. این نسبت‌ها را تا حد امکان ساده نمایند و سپس با هم مقایسه کنند. نتیجه به دست آمده را با بحث کلاسی روشن سازید. داریم:

$$\frac{\text{اندازه محیط}}{\text{اندازه ضلع}} = \frac{۴}{۱} = ۴ \quad \text{مربع دوم} \quad \frac{\text{اندازه محیط}}{\text{اندازه ضلع}} = \frac{۸}{۲} = ۴$$

$$\frac{\text{اندازه محیط}}{\text{اندازه ضلع}} = \frac{۲۰}{۵} = ۴ \quad \text{مربع سوم} \quad \frac{\text{اندازه محیط}}{\text{اندازه ضلع}} = \frac{۴۰}{۱۰} = ۴ \quad \text{مربع چهارم}$$

$$\frac{۴}{۱} = \frac{۸}{۲} = \frac{۲۰}{۵} = \frac{۴۰}{۱۰} = ۴ \quad \text{یعنی: این نسبت‌ها با هم برابرند}$$

به عبارت دیگر نسبت اندازه محیط هر مربع به اندازه ضلع آن مربع مقدار ثابت ۴ است یعنی اندازه محیط هر مربع با اندازه ضلع آن مربع متناسب است.

اکنون از دانش‌آموزان بخواهید که قسمت (پ) این فعالیت را انجام دهند. پاسخ چنین است:

$$\frac{\text{اندازه مساحت}}{\text{اندازه ضلع}} = \frac{۱}{۱} = ۱ \quad \text{مربع اول} \quad \frac{\text{اندازه مساحت}}{\text{اندازه ضلع}} = \frac{۴}{۲} = ۲ \quad \text{مربع دوم}$$

$$\frac{\text{اندازه مساحت}}{\text{اندازه ضلع}} = \frac{۲۵}{۵} = ۵ \quad \text{مربع سوم} \quad \frac{\text{اندازه مساحت}}{\text{اندازه ضلع}} = \frac{۱۰۰}{۱۰} = ۱۰ \quad \text{مربع چهارم}$$

از مقایسه این نسبت‌ها و با بحث کلاسی، دانش‌آموزان به این نتیجه برسند که این نسبت‌ها با هم مساوی نیستند زیرا  $۱ \neq ۲ \neq ۵ \neq ۱۰$  است.

بنابراین اندازه مساحت هر مربع با اندازه ضلع آن متناسب نیست.

کار انجام شده توسط دانش آموزان را کنترل و بدفهمی ها را برطرف سازید.  
در پایان این فعالیت دانش آموزان مطلب پایین صفحه را بخوانند و بار دیگر بحث متناسب بودن کمیت ها و یا متناسب نبودن کمیت ها تبیین گردد.  
در ضمن می توانید از دانش آموزان بخواهید که چند تناسب را با استفاده از جدول محیط ها بنویسند. به عنوان مثال :

$$\frac{4}{1} = \frac{8}{2}, \frac{8}{2} = \frac{20}{5}, \frac{4}{1} = \frac{40}{10}$$

در ضمن سؤال کنید که آیا با استفاده از جدول مساحت ها هم می توان تناسب هایی نوشت؟

### ● روش تدریس کار در کلاس ۱. صفحه ۵۷

این کار در کلاس و همچنین کار در کلاس ۲. با هدف به کارگیری الگوها برای آموزش مفاهیم ریاضی و در اینجا مفهوم کمیت های متناسب و مفهوم کمیت های غیرمتناسب اند.  
از دانش آموزان بخواهید که با توجه به الگوی داده شده، جدول را کامل کنند، سپس به بند (الف) این کار در کلاس پاسخ دهند. پاسخ داده شده می تواند چنین باشد :

تعداد مثلث ها	۱	۲	۳	...	۱۰
تعداد چوب کبریت ها	۳	۶	۹	...	۳۰

↙ × ۳

— تعداد چوب کبریت ها ۳ برابر تعداد مثلث هاست.

— تعداد مثلث ها  $\frac{1}{3}$  تعداد چوب کبریت هاست.

با بحث کلاسی از هر دو پاسخ، به این نتیجه گیری برسید که تعداد مثلث ها با تعداد چوب کبریت ها متناسبند. از دانش آموزان بخواهید که بند (ب) این کار در کلاس را انجام دهند. پاسخ ۳۰ چوب کبریت است. پس از روشن شدن متناسب بودن تعداد مثلث ها و تعداد چوب کبریت ها از دانش آموزان بخواهید که بند (پ) این فعالیت را انجام دهند.

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}, \frac{1}{3} = \frac{3}{9}, \frac{2}{6} = \frac{10}{30}$$

کار انجام شده را کنترل و بدفهمی های احتمالی را رفع کنید.

### ● روش تدریس کار در کلاس ۲. صفحه ۵۷

روش انجام این کار در کلاس مانند کار در کلاس ۱ است. از دانش آموزان بخواهید مانند کار در کلاس ۱ نخست جدول داده شده را کامل کنند.

کامل شده این جدول به صورت زیر خواهد بود.

تعداد مربع‌ها	۱	۲	۳	۴	۵	...	۱۰
تعداد چوب‌کبریت‌ها	۴	۷	۱۰	۱۳	۱۶	...	۳۱
نسبت تعداد مربع‌ها به چوب‌کبریت‌ها	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۲}{۷}$	$\frac{۳}{۱۰}$	$\frac{۴}{۱۳}$	$\frac{۵}{۱۶}$	...	$\frac{۱۰}{۳۱}$

جدول نشان می‌دهد که در این کار در کلاس، دو کمیت داده شده، یعنی تعداد مربع‌ها و تعداد چوب‌کبریت‌ها با هم متناسب نیستند. بنابراین با استفاده از جدول داده شده نمی‌توان تناسبی نوشت. کار انجام شده توسط دانش‌آموزان را کنترل و با بحث کلاسی بررسی کنید و اشتباه‌های احتمالی را رفع و در صورت وجود راه‌حل‌های جدید آنها را مطرح کنید. توسط کلاس می‌توانید یک جمع‌بندی هم انجام دهید.

### ● روش تدریس فعالیت ۱. صفحه ۵۷

این فعالیت یکی از کاربردهای مهم تناسب است، زیرا در آن، نسبت جزء به کل یک مقدار و اندازه کل آن مقدار را داریم و می‌خواهیم اندازه جزئی از آن مقدار را به دست آوریم. البته باید توجه داشته باشیم که مقدارهای داده شده در جدول متناسبند. یعنی اگر جدول را کامل کنیم، تناسب‌های روبه‌رو را می‌توانیم بنویسیم.

	مزد	کار (روز)
بهنام	<input type="checkbox"/>	۳
مراد	<input type="radio"/>	۵
مجموع	۴۰۰۰۰۰	۸

$$(۱) \quad \frac{۳}{۵} = \frac{\square}{\bigcirc}$$

$$(۲) \quad \frac{۳}{۸} = \frac{\square}{۴۰۰۰۰۰}$$

$$(۳) \quad \frac{۵}{۸} = \frac{\bigcirc}{۴۰۰۰۰۰}$$

در این مقطع از تناسب‌های (۲) و (۳) به کمک ویژگی نسبت‌های مساوی می‌توانیم مزد بهنام ( $\square$ ) و مزد مراد ( $\bigcirc$ ) را پیدا کنیم. توجه داشته باشید که از ویژگی مهم تناسب، یعنی اینکه حاصل ضرب طرفین با حاصل ضرب وسطین در هر تناسب برابر است، در این سال استفاده نمی‌کنیم.

از دانش‌آموزان بخواهید که فعالیت را انجام دهند، یعنی نخست جدول را کامل کنند. و سپس با توجه به جدول در جاهای خالی  $\frac{۳}{۸} = \frac{\square}{۴۰۰۰۰۰}$  و  $\frac{۵}{۸} = \frac{\bigcirc}{۴۰۰۰۰۰}$  عددهای مناسب بنویسند، یعنی مزد بهنام و مزد مراد را به دست آورند. کار انجام شده توسط دانش‌آموزان را کنترل کنید.

$$\frac{3}{8} = \frac{150000}{400000} \rightarrow \square = \text{مزد بهنام} = 150000 \text{ تومان} \quad \text{و} \quad \frac{5}{8} = \frac{250000}{400000} \rightarrow \bigcirc = \text{مزد مراد} = 250000$$

پاسخ:  $\bigcirc$

نکته ۱: پس از تعیین مزد یکی از این دو نفر مثلاً مزد بهنام، می توان مزد مراد را با استفاده از تفریق:  $250000 - 150000 = 100000$  به دست آورد.

نکته ۲: ممکن است دانش آموزی راه حل زیر را انتخاب کند. یعنی از ویژگی نسبت های مساوی یا تناسب استفاده نکند. اما در واقع این راه حل، همان راه حل استفاده از تناسب است.

$$\begin{aligned} 3 + 5 &= 8 && \text{مجموع کار دو نفر} \\ 400000 \div 8 &= 50000 && \text{مزد ۱ روز} \\ 50000 \times 3 &= 150000 && \text{مزد بهنام} \\ 50000 \times 5 &= 250000 && \text{مزد مراد} \end{aligned}$$

باید توجه داشته باشیم که به راه حل هایی غیر از راه حل های ارائه شده در کتاب درسی توجه کنیم و خلاقیت دانش آموزان را مورد توجه قرار دهیم.

### ● روش تدریس فعالیت ۲. صفحه ۵۸

این فعالیت شبیه فعالیت قبلی است با این تفاوت که به جای مجموع دو نسبت یا دو مقدار تفاضل آن دو مقدار داده شده است. در این جدول نیز کمیت های داده شده متناسبند. از دانش آموزان بخواهید که فعالیت را انجام دهند؛ یعنی نخست جدول را کامل کنند و به کمک جدول در جاهای خالی دو تناسب داده شده عددهای مناسب بنویسند و آنگاه اندازه دو زاویه خواسته شده را به کمک ویژگی نسبت های مساوی به دست آورند. خواهیم داشت:

$$\frac{5}{2} = \frac{25}{1} \quad \text{زاویه بزرگ تر } 25^\circ$$

$$\frac{3}{2} = \frac{15}{1} \quad \text{زاویه کوچک تر } 15^\circ$$

زاویه بزرگ تر	۵	$\square$
زاویه کوچک تر	۳	$\bigcirc$
اختلاف دو زاویه	۲	$1^\circ$

نکته : این فعالیت را مشابه فعالیت ۱ نیز می‌توان حل کرد؛ یعنی :

$$\text{سهم } ۱ \text{ نسبت } ۵ = ۲ \div ۱۰ \text{ و تفاضل نسبت ها } ۵ - ۳ = ۲$$

$$\text{زاویه کوچک تر } ۱۵^\circ = ۳ \times ۵$$

$$\text{زاویه بزرگ تر } ۲۵^\circ = ۵ \times ۵$$

### ● روش تدریس کار در کلاس ۱. صفحه ۵۸

این کار در کلاس ها همگی کاربرد مفهوم تناسب در درون ریاضی است. در کار در کلاس ۱ باید در هر قسمت در جاهای خالی عدد مناسب بنویسیم تا یک تناسب به دست آید.

روشن است که چون خاصیت طرفین وسطین در تناسب گفته نشده است، برای یافتن پاسخ باید از ویژگی نسبت های مساوی استفاده کنیم.

از دانش آموزان بخواهید که فعالیت ۱ را با توجه به نمونه، انجام دهند. کار انجام شده توسط آنها را با بحث کلاسی بررسی کنید و موارد اشتباه های احتمالی را برطرف سازید.

$$\frac{۱۵}{۴۰} = \frac{\quad}{۸} \rightarrow \frac{۱۵}{۴۰} = \frac{۳}{۸} \quad \frac{۱۱۸}{۲۱۰} = \frac{۳۵۴}{۷۰} \rightarrow \frac{۱۱۸}{۷۰} = \frac{۳۵۴}{۲۱۰}$$

پاسخ :

$$\frac{۳۵۴}{۲۱۰} = \frac{۱۱۸}{\quad} \rightarrow \frac{۳۵۴}{۲۱۰} = \frac{۱۱۸}{۷۰}, \quad \frac{۱۱۸}{۷۰} = \frac{۳۵۴}{۲۱۰}, \quad \frac{\quad}{۶۵} = \frac{۷}{۱۳} \rightarrow \frac{۷}{۱۳} = \frac{\quad}{۶۵}, \quad \frac{۷}{۱۳} = \frac{۳۵}{۶۵}$$

### ● روش تدریس کار در کلاس ۲. صفحه ۵۸

از دانش آموزان بخواهید کار در کلاس ۲ را انجام دهند.

سپس کار انجام شده توسط آنها را با بحث کلاسی بررسی و اشتباه های پیش آمده را رفع کنید.

با توجه به داده ها روش حل زیر را ببینید.

$$\frac{۳}{۵} = \frac{\quad}{۶۰} \rightarrow \frac{۳}{۵} = \frac{۳۶}{۶۰} \quad ۳۶^\circ = \text{زاویه کوچک تر}$$

● روش تدریس کار در کلاس ۳. صفحه ۵۸

در این کار در کلاس نسبت دو مقدار (طول و عرض مستطیل) داده شده است. و همچنین مجموع این دو مقدار نیز قابل محاسبه است. نخست دربارهٔ چگونگی محاسبهٔ محیط مستطیل از دانش‌آموزان سؤال کنید تا برای آنها روشن گردد که محیط مستطیل مساوی دو برابر مجموع اندازه‌های یک طول و یک عرض آن است. پس نصف محیط مستطیل، مساوی مجموع اندازه‌های یک طول و یک عرض آن است.

$$۲۴۰ \div ۲ = ۱۲۰$$

یعنی داریم :

پس شبیه فعالیت ۱ صفحه ۵۷ جدول زیر را داریم :

$\frac{۵}{۸} = \frac{\text{اندازه طول}}{۱۲۰} \xrightarrow{\times ۱۵} \frac{۵}{۸} = \frac{۷۵}{۱۲۰} \rightarrow \text{اندازه طول مستطیل} = ۷۵$	طول	۵	<input type="checkbox"/>
$\frac{۳}{۸} = \frac{\text{اندازه عرض}}{۱۲۰} \xrightarrow{\times ۱۵} \frac{۳}{۸} = \frac{۴۵}{۱۲۰} \rightarrow \text{اندازه عرض مستطیل} = ۴۵$	عرض	۳	<input type="radio"/>
	مجموع	۸	۱۲۰

و از آنجا مساحت مستطیل برابر است با :

$$\text{مساحت مستطیل} = \text{اندازه طول} \times \text{اندازه عرض} = ۷۵ \times ۴۵ = ۳۳۷۵$$

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را انجام دهند. کار آنها را با بحث کلاسی کنترل کنید و اشتباه‌های احتمالی را رفع کنید.

## ● حل تمرین‌های درس ۳. تناسب. صفحه‌های ۵۸ و ۵۹ ●

۱- آیا مقدارهای داده‌شده در هر قسمت متناسب‌اند؟ اگر متناسب‌اند، تناسب مربوط به آنها را

بنویسید.

الف) ۱۲ کیلو آرد و ۳ کیلو شکر  
۷۲ کیلو آرد و ۱۸ کیلو شکر

$$\frac{12}{3} = 4 \rightarrow \frac{12}{3} = \frac{72}{18}$$

الف)  $\frac{72}{18} = 4$

ب) ۳۲۰ متر در مدت ۸ دقیقه  
۱۸۰ متر در مدت ۶ دقیقه

$$\frac{320}{8} = 40$$

ب)  $\frac{180}{6} = 30$  دو نسبت مساوی نیستند

پ) ۲ معلم برای ۲۴ دانش‌آموز  
۶ معلم برای ۷۲ دانش‌آموز

$$\frac{2}{24} = \frac{1}{12} \rightarrow \frac{2}{24} = \frac{6}{72}$$

پ)  $\frac{6}{72} = \frac{1}{12}$

۲- در هر قسمت در جاهای خالی عددهای مناسب بنویسید تا یک تناسب به‌دست آید.

$$\frac{20}{25} = \frac{8}{100}$$

$\times 4$  (above)  $\times 4$  (below)

$$\frac{16}{24} = \frac{12}{18} \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{12}{\square} \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{12}{18}$$

$\times 6$  (above)  $\times 6$  (below)

$$\frac{6}{1} = \frac{12}{2}$$

$\times 2$  (above)  $\times 2$  (below)

$$\frac{63}{36} = \frac{7}{4}$$

$\div 9$  (above)  $\div 9$  (below)

۳- هواپیمایی ۱۲۰۰ کیلومتر را در مدت ۱ ساعت و ۳۰ دقیقه طی می‌کند. این هواپیما با همین سرعت در ۲ ساعت چند کیلومتر را طی می‌کند؟





پاسخ: ۱ ساعت و ۳۰ دقیقه بر حسب دقیقه  $۹۰ = ۳۰ + ۶۰$  ۱ ساعت بر حسب دقیقه  $۶۰ = ۱ \times ۶۰$

$$۲ \text{ ساعت بر حسب دقیقه } ۱۲۰ = ۲ \times ۶۰$$

$$\frac{۱۲۰۰}{۹۰} = \frac{\square}{۱۲۰} \rightarrow \frac{۴۰۰}{۳۰} = \frac{۱۶۰۰}{۱۲۰}$$

۱۶۰۰ کیلومتر را در ۲ ساعت می‌پیماید.

۴- برای تهیه شیر چای، شیر و چای را به نسبت ۳ به ۵ مخلوط می‌کنیم.

الف) اگر ۱۲ لیوان شیر داشته باشیم، چند لیوان چای لازم داریم؟

ب) اگر ۱۵ لیوان چای داشته باشیم، چند لیوان شیر لازم داریم؟

پاسخ:

$$\text{الف) } \frac{۳}{۵} = \frac{۱۲}{\square} \rightarrow \frac{۳}{۵} = \frac{۱۲}{۲۰} \rightarrow ۲۰ \text{ لیوان چای}$$

$$\text{ب) } \frac{۳}{۵} = \frac{\square}{۱۵} \rightarrow \frac{۳}{۵} = \frac{۹}{۱۵} \rightarrow ۹ \text{ لیوان شیر}$$

۵- برای ساختن یک نوع بتن، ۷ پیمانه ماسه را با ۲ پیمانه سیمان مخلوط می‌کنند.

الف) نسبت اندازه ماسه به اندازه مخلوط چقدر است؟

ب) در ۱۸۹ پیمانه از این مخلوط، چند پیمانه ماسه و چند پیمانه سیمان وجود دارد؟

پاسخ: الف)

$$۷ + ۲ = ۹ \rightarrow \frac{\text{ماسه}}{\text{مخلوط}} = \frac{۷}{۹}$$

ب) این جدول را داریم.

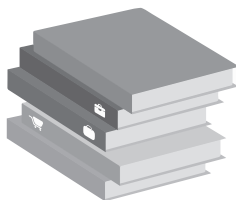
ماسه	۷	<input type="text"/>
سیمان	۲	<input type="text"/>
مخلوط	۹	۱۸۹

$$\frac{۲}{۹} = \frac{۴۲}{۱۸۹} \rightarrow ۴۲ \text{ پیمانه سیمان}$$

$$\frac{۷}{۹} = \frac{\square}{۱۸۹} \rightarrow \frac{۷}{۹} = \frac{۱۴۷}{۱۸۹} \rightarrow ۱۴۷ = \text{پیمانه ماسه}$$

۶- زهره ۱۲ کتاب بیشتر از نسرين دارد. اگر نسبت کتاب‌های زهره به کتاب‌های نسرين ۵ به ۳ باشد، زهره و نسرين هر کدام چند کتاب دارند؟  
 راهنمایی: به اختلاف نسبت‌ها توجه کنید و سپس از تناسب استفاده کنید.  
 پاسخ: با توجه به داده‌ها، جدول روبه‌رو را داریم:

زهره	۵	<input type="text"/>
نسرين	۳	<input type="text"/>
اختلاف	۲	۱۲



از آنجا تناسب‌های زیر را خواهیم داشت:

$$\frac{5}{2} = \frac{\square}{12} \rightarrow \frac{5}{2} = \frac{30}{12} \rightarrow \text{زهره } 30 \text{ کتاب دارد}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{\bigcirc}{12} \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{18}{12} \rightarrow \text{نسرين } 18 \text{ کتاب دارد}$$

۷- با استفاده از جدول روبه‌رو، مسئله‌ای دربارهٔ تناسب بنویسید و آن را حل کنید.

۲	۶
۷	?

پاسخ: برای رنگ‌آمیزی ۲ مترمربع دیوار یک اطاق ۷ قوطی رنگ مصرف شده است. برای رنگ‌آمیزی ۶ مترمربع آن اطاق چند قوطی رنگ لازم است؟

$$\frac{2}{7} = \frac{\square}{6} \rightarrow \text{۲۱ قوطی رنگ}$$

## توصیه‌های آموزشی

۱- در این مقطع، از عددهای اعشاری و عددهای مخلوط برای نمایش کمیت‌های متناسب و نامتناسب و تناسب استفاده نکنید.

۲- اجزای تناسب را نامگذاری نکنید (طرفین و وسطین) و این ویژگی اصلی تناسب را که در هر تناسب حاصل ضرب طرفین مساوی حاصل ضرب وسطین است، مطرح نکنید.

۳- در حل مسئله‌های مرتبط با تناسب از طرفین وسطین کردن استفاده نکنید. بلکه از ویژگی نسبت‌های مساوی استفاده کنید.

۴- در این مقطع تنها کمیت‌هایی را مطرح کنید که به طور مستقیم متناسب‌اند؛ یعنی با زیاد شدن یک کمیت، کمیت دیگر هم زیاد می‌شود و با کم شدن یک کمیت، کمیت دیگر هم کم می‌شود. کمیت‌هایی که به طور معکوس متناسب‌اند، در سال‌های بعد خواهند آمد مانند مدت انجام یک کار و تعداد کارگر که با هم معکوساً متناسب‌اند. در این کمیت‌ها با زیاد شدن یک کمیت، کمیت دیگر کم می‌شود و با کم شدن یک کمیت، کمیت دیگر زیاد می‌شود. مثلاً اگر ۲ کارگر کاری را در مدت ۶ روز انجام دهند، ۶ کارگر همان کار را در مدت ۲ روز انجام می‌دهند.

### اهداف

۱- فهمیدن مفهوم درصد

۲- فهم ارتباط مفهوم درصد با مفاهیم مرتبط، مانند نسبت و ...

۳- استفاده از درصد برای حل مسئله‌ها در درون ریاضی و ریاضی و علوم دیگر

۴- توجه به اهمیت محیط زیست، تولید، مصرف، امور فرهنگی اجتماعی، کتابخانه  
ابزارهای مورد نیاز :

۱- تصویرهای مربوط به درصد مانند تصاویری از درصد حراج فروشگاه‌ها، درصد افزایش یا کاهش درجه حرارت هوا، میزان بارندگی، میزان تولید یا مصرف در زمینه‌های مختلف محیط زیست، کشاورزی، صنعت، بازرگانی، روزنامه‌ها و مجلاتی که در آنها مفهوم درصد آمده است.

۲- تصویرهایی برای محاسبه درصدی از یک کمیت مانند محاسبه درصد جنگل در استان‌های کشور، با داشتن مساحت آن استان و مساحت جنگل موجود در آن استان. همچنین محاسبه درصد افزایش یا کاهش میزان تولید و میزان مصرف در زمینه‌های مختلف کشاورزی، صنعتی و افزایش یا کاهش قیمت اجناس.

۳- جدول‌هایی که اندازه مواد تشکیل‌دهنده در یک مقدار از یک ماده مانند شیر، گندم، سیب، سرکه، و ... را نشان می‌دهد، برای محاسبه درصد و مسائل مربوط به درصد.

۴- سایت‌های ریاضی که مطالب مرتبط با درصد دارند.

### ● روش تدریس درس ۴. درصد. صفحه ۶۰

در ابتدای این درس پیش‌سازمان‌دهنده‌ای برای ایجاد انگیزه یادگیری مفهوم درصد آورده شده است. خواندن کلمه درصد در روزنامه‌ها و کتاب‌ها، شنیدن نام درصد در اخبار رادیو و تلویزیون. درصد در زمینه‌های بسیاری از زندگی ما مطرح است. از جمله در مسائل مربوط به محیط زیست، آبیاری و کشاورزی، صنعت، بازرگانی و ...

یکی از مواردی که با درصد سروکار دارد حراج‌هایی است که فروشگاه‌ها و مغازه‌دارها انجام می‌دهند و میزان تخفیف در فروش کالا یا درصد (مانند ۳٪، ۵٪، ۷٪) روی ویتترین مغازه خود اعلام می‌کنند شما می‌توانید از این پیش‌سازمان‌دهنده هم برای ایجاد انگیزه در یادگیری مفهوم نسبت استفاده کنید.

تصویر داده‌شده در کتاب تابلویی است که میزان آلاینده‌ها و درصد آنها در حالت‌های مختلف را نشان می‌دهد. با استفاده از این تابلو، می‌توان دید که میزان هر آلاینده چند درصد حد مجاز است و کدام آلاینده در حد مجاز برای سلامتی انسان‌هاست.

### ● روش تدریس فعالیت ۱. صفحه ۶۰

این فعالیت برای آموزش مفهوم درصد می‌باشد. این فعالیتی ملموس است و در هر مدرسه‌ای قابل تعریف است. تنها باید توجه کنیم که نسبت مورد محاسبه قابل تبدیل به نسبتی با مخرج ۱۰۰ باشد زیرا درصد برای عددهای اعشاری در سال پنجم مورد نظر نیست.

از دانش‌آموزان بخواهید که این فعالیت را مرحله به مرحله انجام دهند. پس از انجام هر مرحله با بحث کلاسی پاسخ درست را تبیین کنید و اشتباه‌های احتمالی را برطرف سازید.  
مرحله (الف): نسبت خواسته شده.

$$\frac{\text{تعداد دانش‌آموزان سال پنجم}}{\text{تعداد دانش‌آموزان مدرسه}} = \frac{24}{150} = \frac{4}{25}$$

$\xrightarrow{\div 6}$   
 $\xleftarrow{\div 6}$

مرحله (ب): از ویژگی نسبت‌های مساوی استفاده می‌کنیم.

$$\frac{4}{25} = \frac{\square}{100} \rightarrow \frac{4}{25} = \frac{16}{100}$$

$\xrightarrow{\times 4}$   
 $\xleftarrow{\times 4}$

مرحله (پ): از هر ۱۰۰ دانش آموز مدرسه ۱۶ نفر دانش آموز سال پنجم هستند. با تأکید بر این که نسبت  $\frac{۱۶}{۱۰۰}$  نشان می دهد که از هر ۱۰۰ نفر دانش آموز این مدرسه ۱۶ نفر دانش آموز سال پنجم هستند نحوه خواندن و نوشتن به صورت ۱۶ درصد و ۱۶٪ را با بحث کلاسی تبیین کنید.

### ● روش تدریس فعالیت ۲. صفحه ۶۱

این فعالیت برای محاسبه درصدی از یک کمیت می باشد. از دانش آموزان بخواهید که مرحله به مرحله این فعالیت را انجام دهند. پس از پایان هر مرحله کار انجام شده را با بحث کلاسی مورد بررسی قرار دهید و اشتباه های احتمالی را برطرف سازید.

$$\text{مرحله (الف):} \quad \text{اردک:} \quad \frac{۱۰۰۰}{۲۰۰۰۰} = \frac{۱}{۲۰} = \frac{۵}{۱۰۰} = ۵\% \quad \text{قو:} \quad \frac{۲۰۰}{۱۰۰۰۰} = \frac{۲}{۱۰۰} = ۲\%$$

مرحله (ب): پرندگانی که بازگشته اند.

$$۱۰۰\% - ۵\% = ۹۵\% \quad \text{اردک} \quad ۱۰۰\% - ۲\% = ۹۸\% \quad \text{قو}$$

در این روش دانش آموزان باید بدانند که کل یک مقدار،  $\frac{۱۰۰}{۱۰۰} = ۱۰۰\%$  است. این مرحله را دانش آموزان به روش زیر می توانند حل کنند.

$$\frac{۹۸۰۰}{۱۰۰۰۰} = \frac{۹۸}{۱۰۰} = ۹۸\% \rightarrow \text{قو هایی که برگشته اند } ۱۰۰۰۰ - ۲۰۰ = ۹۸۰۰ \quad \text{قو}$$

$$\frac{۱۹۰۰۰}{۲۰۰۰۰} = \frac{۱۹}{۲۰} = \frac{۹۵}{۱۰۰} = ۹۵\% \rightarrow \text{اردک هایی که بازگشته اند } ۲۰۰۰۰ - ۱۰۰۰ = ۱۹۰۰۰ \quad \text{اردک}$$

مرحله (پ): تعداد کل پرندگانی که آمده اند  $۱۰۰۰۰ + ۲۰۰۰ = ۳۰۰۰۰$

تعداد پرندگانی که مانده اند  $۲۰۰ + ۱۰۰۰ = ۱۲۰۰$

درصد پرندگانی که مانده اند

$$\frac{\text{تعداد پرندگانی که مانده اند}}{\text{تعداد کل پرندگانی که آمده اند}} = \frac{۱۲۰۰}{۳۰۰۰۰} = \frac{۱۲}{۳۰۰} = \frac{۴}{۱۰۰} = ۴\%$$

نکته: مشابه این فعالیت را در صورت لزوم می توانید با تعداد بیشتری پرندگی طراحی کنید.

● روش تدریس کار در کلاس ۱. صفحه ۶۱

این کار در کلاس برای تثبیت مفهوم درصد و مهارت شمارش ارائه شده است. از دانش آموزان بخواهید که این فعالیت را انجام دهند. کار انجام شده توسط دانش آموزان را کنترل و اشتباه‌های احتمالی را رفع کنید.

$$\frac{\text{مساحت قسمت رنگ شده}}{\text{مساحت کل مستطیل}} = \frac{40}{200} = \frac{20}{100}$$

پاسخ‌ها: (الف)

$$\frac{40}{200} = \frac{\square}{100} \rightarrow \frac{40}{200} \xrightarrow{\div 2} \frac{20}{100}$$

(ب):

$$\frac{20}{100} = 20\%$$

(پ): داریم:

(ت): به روش‌های مختلف می‌توان به این سؤال پاسخ داد:

$$200 - 40 = 160 \rightarrow \frac{160}{200} = \frac{80}{100} = 80\%$$


روش اول:

$$100\% - 20\% = 80\%$$


روش دوم:

از جدول‌های داده شده برای پاسخ، می‌توان استفاده کرد.

$$\frac{40}{200} = \frac{\bigcirc}{100} \rightarrow \frac{40}{200} \xrightarrow{\div 2} \frac{20}{100} \rightarrow 20\%$$

مساحت قسمت رنگی	40	
مساحت کل مستطیل	200	100

$$\frac{160}{200} = \frac{\square}{100} \rightarrow \frac{160}{200} \xrightarrow{\div 2} \frac{80}{100} \rightarrow 80\%$$

مساحت قسمت رنگ نشده	160	
مساحت کل مستطیل	200	100

● روش تدریس کار در کلاس ۲. صفحه ۶۲

این دو کار در کلاس برای تثبیت و تعمیق مفهوم درصد است.

پاسخ‌ها: ۳٪ شیر چربی است: یعنی از هر ۱۰۰ گرم شیر ۳ گرم چربی است.

از هر ۱۰۰ کیلوگرم شیر ۳ کیلوگرم چربی است.

از هر ۱۰۰ لیتر شیر ۳ لیتر چربی است.

● روش تدریس کار در کلاس ۳. صفحه ۶۲

۱۰٪ تخفیف یعنی: از هر ۱۰۰ تومان، ۱۰ تومان گرفته نمی‌شود و ۹۰ تومان گرفته می‌شود.

پس برای ۲۰۰ تومان ۲۰ تومان گرفته نمی‌شود و ۱۸۰ تومان گرفته می‌شود.

برای ۱۰۰۰۰۰ تومان ۱۰۰۰۰ تومان گرفته نمی‌شود و ۹۰۰۰۰ تومان گرفته می‌شود.

● روش تدریس فعالیت ۱. صفحه ۶۲

در این فعالیت، کل کمیت داده شده و درصد نیز مشخص است، می‌خواهیم جزیی از آن کمیت را پیدا کنیم. (در رابطه  $\frac{a}{b} = c\% = \frac{c}{100}$  با معلوم بودن b و c می‌خواهیم اندازه a را به دست آوریم) با نگاهی دیگر، این فعالیت، کاربردی از مفهوم درصد است. پاسخ‌های مراحل (الف) و (ب) چنین است:

$$\frac{\text{مساحت جنگل}}{50000} = 16\% = \frac{16}{100} = \frac{4}{25} \rightarrow \frac{\text{مساحت جنگل}}{50000} = \frac{4}{25}$$

$$\begin{array}{c} \times 2000 \\ \text{الف) } \frac{4}{25} = \frac{\text{مساحت جنگل}}{50000} \rightarrow \text{مساحت جنگل} = 8000 \text{ کیلومتر مربع} \\ \times 2000 \end{array}$$

پس مساحت جنگل در این استان ۸۰۰۰ کیلومتر مربع است.

$$\begin{array}{c} \times 500 \\ \text{ب) } 42\% = \frac{\text{مساحت زمین‌های کشاورزی}}{50000} \rightarrow \frac{42}{100} = \frac{\text{مساحت زمین‌های کشاورزی}}{50000} \rightarrow \frac{42}{100} = \frac{21000}{50000} \\ \times 500 \end{array}$$

کیلومتر مربع ۲۱۰۰۰ = مساحت زمین‌های کشاورزی

از دانش‌آموزان بخواهید که فعالیت را مرحله به مرحله انجام دهند. کار انجام‌شده را با بحث کلاسی بررسی کنید و بدفهمی‌های احتمالی را برطرف سازید.

در بحث کلاسی درباره اهمیت جنگل و زمین‌های قابل کشاورزی برای انسان‌ها و روش‌های حفظ و حراست از این نعمت‌های خدادادی تأکید گردد.

● روش تدریس فعالیت ۲. صفحه ۶۲

این فعالیت کاربردی مربوط به دروس ریاضی از درصد است که به تثبیت و تعمیق مفهوم درصد نیز کمک می‌کند ضمن آنکه مشوق انجام کارهای خیر و صفاتی نیکو مانند پس‌انداز کردن است که ضمن انجام مراحل فعالیت، باید نگرش فکری و توجه دانش‌آموزان را برای انجام این کارها تقویت کند.



پاسخ : مراحل این فعالیت :

$$6\% = \frac{60}{100} = \frac{\boxed{\phantom{000000}}}{500000} \rightarrow \frac{60}{100} = \frac{300000}{500000} \rightarrow \text{سهام مؤسسه خیریه} = 300000 \text{ ریال}$$

$\xrightarrow{\times 50000}$        $\xleftarrow{\times 50000}$

$$1\% = \frac{10}{100} = \frac{\boxed{\phantom{000000}}}{500000} \rightarrow \frac{10}{100} = \frac{50000}{500000} \rightarrow \text{سهام قلک} = 50000 \text{ ریال}$$

$\xrightarrow{\times 50000}$        $\xleftarrow{\times 50000}$

$$300000 + 100000 + 50000 = 450000 = \text{سهام مؤسسه خیریه و خرید کتاب و سهم قلک}$$

$$500000 - 450000 = 50000 \text{ ریال که برایش مانده است.}$$

$$= \frac{50000}{500000} = \frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 1\% \text{ درصدی از پول که برایش مانده است.}$$

از دانش آموزان بخواهید که مراحل فعالیت را مرحله به مرحله انجام دهند. پس از انجام هر مرحله کار انجام شده توسط دانش آموزان را با بحث کلاسی بررسی کنید و بدفهمی های احتمالی را رفع کنید. در صورتی که راه خلاقانه ای هم وجود داشته باشد، ارائه شود.

### ● روش تدریس فعالیت ۳. صفحه ۶۲

این فعالیت کاربردی برای تعیین درصدی، از یک کمیت است. درضمن جلب توجه دانش آموزان به اهمیت وجود کتابخانه در مدرسه و خرید کتاب است.

$$3\% = \frac{30}{100} = \frac{\boxed{\phantom{000000}}}{160000} \rightarrow \frac{30}{100} = \frac{48000}{160000} \rightarrow \text{تخفیف مدرسه اول} = 48000 \text{ ریال}$$

$\xrightarrow{\times 16000}$        $\xleftarrow{\times 16000}$

$$3\% = \frac{30}{100} = \frac{\boxed{\phantom{000000}}}{270000} \rightarrow \frac{30}{100} = \frac{81000}{270000} \rightarrow \text{تخفیف مدرسه دوم} = 81000 \text{ ریال}$$

$\xrightarrow{\times 27000}$        $\xleftarrow{\times 27000}$

$$160000 - 48000 = 112000 \text{ ریال پولی که کتابفروشی اولی باید بدهد}$$

$$270000 - 81000 = 189000 \text{ ریال پولی که کتابفروشی دومی باید بدهد}$$

از دانش‌آموزان بخواهید که مراحل فعالیت را به ترتیب انجام دهند. پس از پایان انجام هر مرحله از فعالیت کار آنها را کنترل کنید و اشتباه‌های احتمالی را رفع کنید. همان‌طوری که گفته شد با بحث کلاسی اهمیت کتاب و کتابخوانی و داشتن کتابخانه در مدرسه مورد تأکید قرار گیرد.

#### ● روش تدریس فعالیت ۴. صفحه ۶۲

این فعالیت یک کاربرد مهم از درصد است. در این کاربرد جزیی از یک کمیت و درصد مربوط به آن داده شده است و می‌خواهیم کل کمیت را به دست آوریم (رابطه  $\frac{a}{b} = c\%$  یا  $\frac{a}{b} = \frac{c}{100}$ ، مقادیرهای  $a$  و  $c$  را داریم و می‌خواهیم مقدار  $b$  را پیدا کنیم). در این فعالیت جلب توجه دانش‌آموزان به چگونگی تولید بنزین و لزوم بهینه‌سازی مصرف سوخت، نیز مورد نظر می‌باشد. با توجه به راهنمایی که در کتاب آمده است، پاسخ این فعالیت چنین است:

$$1\% = \frac{1}{100} = \frac{1}{10}, \frac{1}{10} = \frac{200000}{\boxed{\phantom{000000}}} \rightarrow \frac{1}{10} = \frac{200000}{\boxed{2000000}} \rightarrow 2,000,000$$

$\times 200000$

۲,۰۰۰,۰۰۰ لیتر نفت باید تصفیه شود.

از دانش‌آموزان بخواهید که این فعالیت را انجام دهند. کار انجام‌شده را کنترل و با بحث کلاسی اشتباه‌های احتمالی را رفع کنید و راه‌حل‌های خلاقانه را مطرح کنید. در ضمن به این نکته توجه دانش‌آموزان را جلب کنید که با بهینه‌سازی مصرف سوخت و کم کردن آن می‌توان به ذخایر نفتی کشورمان کمک کرد. این سؤال را نیز می‌توانید طرح کنید که اگر ۲۰٪ در مصرف سوخت صرفه‌جویی شود چه میزان نفت کمتر باید تصفیه شود.

#### ● روش تدریس کار در کلاس ۱. صفحه ۶۳

این کار در کلاس برای تعیین کل کمیت با داشتن جزیی از آن کمیت و درصد مربوط به این جزء است:

برای عدد اولی داریم:

$$40\% = 240 \rightarrow \frac{40}{100} = \frac{240}{\boxed{\phantom{000}}} \rightarrow \frac{40}{100} = \frac{240}{600} \rightarrow \text{عدد اولی} = 600$$

$\times 6$

برای عدد دومی داریم :

$$70\% = 280 \rightarrow \frac{70}{100} = \frac{280}{\square} \rightarrow \frac{70}{100} = \frac{280}{400} \rightarrow \text{عدد دومی} = 400$$

$\xrightarrow{\times 4}$   
 $\xleftarrow{\times 4}$

اما نسبت دو عدد به دست آمده :

$$\frac{\text{عدد اولی}}{\text{عدد دومی}} = \frac{600}{400} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \qquad \frac{\text{عدد دومی}}{\text{عدد اولی}} = \frac{400}{600} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

از دانش‌آموزان بخواهید که این فعالیت را انجام دهند. کار انجام‌شده را کنترل کنید و بدفهمی‌های احتمالی را رفع کنید. راه‌حل جدیدی هم اگر وجود داشت توسط دانش‌آموزان ارائه گردد. در این فعالیت رابطه بین درصد و نسبت نیز مورد نظر بوده است.

### ● روش تدریس کار در کلاس ۲. صفحه ۶۳

هدف این فعالیت تعیین درصدی از یک کمیت است اما در ضمن می‌خواهد توجه دانش‌آموزان را به ارتباط بین درصد و نسبت جلب کند. بنابراین نخست باید نسبت فضای سبز به مساحت، محاسبه و سپس درصد مربوط به آن را تعیین کنند.

$$\frac{\text{مساحت فضای سبز}}{\text{مساحت شهر}} = \frac{3}{25}, \quad \frac{3}{25} = \frac{\square}{100} \rightarrow \frac{3}{25} = \frac{12}{100} = 12\%$$

$\xrightarrow{\times 4}$   
 $\xleftarrow{\times 4}$

از دانش‌آموزان بخواهید که این فعالیت را انجام دهند. کار انجام‌شده را کنترل و با بحث کلاسی مورد بررسی قرار دهید و بدفهمی‌های احتمالی را رفع نمایید. می‌توانید این سؤال را نیز مطرح کنید که چند درصد مساحت این شهر فضای سبز نیست؟

پاسخ : ۸۸٪

### ● روش تدریس کار در کلاس ۳. صفحه ۶۳

این کار در کلاس یک کار در کلاس باز پاسخ است که هدف آن انجام مراحل مختلف ساخت مفهوم نسبت و سپس مفهوم درصد توسط خود دانش‌آموزان است. هدف دیگر برانگیختن خلاقیت آنها در چگونگی رنگ‌آمیزی خانه‌های جدول است. در ضمن برای آنکه درصد محاسبه شده توسط هریک از دانش‌آموزان عددی اعشاری یا مخلوط نباشد، مربع داده‌شده به ۱۰۰ مربع کوچک تقسیم

شده است. پس اگر دانش‌آموزی ۲۳ مربع را رنگ آمیزی کرده باشد ۲۳٪ مربع را رنگ آمیزی کرده است. همان‌طوری که در متن فعالیت گفته شد دانش‌آموزان می‌توانند برای رنگ‌آمیزی هر شکلی مثلاً یک گل، یک گلدان، یک پرند، یک شکل هندسی، یک کلمه دلخواه، نام خودشان و یا هر چیز دیگری را انتخاب کنند. از دانش‌آموزان بخواهید که فعالیت را انجام دهند. کار انجام‌شده را کنترل و بدفهمی‌های احتمالی را برطرف سازید. کار انجام‌شده توسط هر گروه را توسط خودشان در کلاس مطرح کنید. و تفاوت درصدهای به‌دست‌آمده را توجیه کنید.

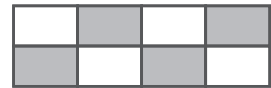
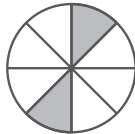
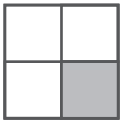
## حل تمرین‌های درس ۴: درصد. صفحه ۶۳

۱- نادر برای رسیدن به مدرسه باید ۸۰۰ متر راه برود. او ۲۰۰ متر از این راه را پیموده است. نادر چند درصد از این راه را پیموده است؟ چند درصد از این راه باقی مانده است؟

$$\frac{200}{800} = \frac{\square}{100} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{\boxed{25}}{100} \rightarrow \frac{200}{800} = \frac{25}{100} = 25\%$$

درصد باقی مانده  $100\% - 25\% = 75\%$

۲- چند درصد از شکل‌های زیر رنگ شده است؟



$$\frac{1}{4} = \frac{\boxed{25}}{100} = 25\%$$

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = \frac{\boxed{25}}{100} = 25\%$$

$$\frac{3}{5} = \frac{\boxed{60}}{100} = 60\%$$

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = \frac{\boxed{50}}{100} = 50\%$$

۳- درصد‌های زیر را به صورت کسر بنویسید و تا حد امکان ساده کنید.

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} \quad 100\% = \frac{100}{100} = 1 \quad 1\% = \frac{1}{100} \quad 80\% = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$$

$$65\% = \frac{65}{100} = \frac{13}{20} \quad 38\% = \frac{38}{100} = \frac{19}{50} \quad 45\% = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$$

۴- ۹۰٪ از جرم هر هندوانه را آب تشکیل می‌دهد. یک هندوانه به جرم ۱۰ کیلوگرم چند کیلوگرم آب دارد؟

$$90\% = \frac{\square}{100} \rightarrow \frac{90}{100} = \frac{\square}{100} \rightarrow \frac{9}{10} = \frac{\boxed{90}}{100} \rightarrow \square = 9$$

مقدار آب بر حسب کیلوگرم

۵- یک خانواده در یک شبانه‌روز ۵ مترمکعب آب مصرف می‌کند. اگر این خانواده ۲٪ در مصرف آب هر شبانه‌روز صرفه‌جویی کند، در یک ماه چند مترمکعب آب صرفه‌جویی خواهد کرد؟

پاسخ:

$$۲\% = \frac{۲}{۱۰۰} = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{۵} \xrightarrow{\times ۱} \frac{۱}{۵} = \frac{\boxed{۱}}{۵} \rightarrow ۱ \text{ مترمکعب صرفه‌جویی در هر شبانه‌روز}$$

صرفه‌جویی در ۱ ماه  $۱ \times ۳۰ = ۳۰$  مترمکعب

۶- اگر ۲۴٪ یک عدد ۶ باشد، آن عدد چند است؟

پاسخ:

$$۲۴\% = ۶ \rightarrow \frac{۲۴}{۱۰۰} = \frac{۶}{\boxed{\phantom{00}}} \xrightarrow{\div ۴} \frac{۲۴}{۱۰۰} = \frac{۶}{\boxed{۲۵}} \rightarrow \text{عدد} = ۲۵$$

۷- ۴٪ گنجایش یک منبع آب ۸۰۰۰ لیتر است. گنجایش این منبع چند لیتر است؟

پاسخ:

$$۴\% = ۸۰۰۰ \rightarrow \frac{۴}{۱۰۰} = \frac{۸۰۰۰}{\boxed{۲۰۰۰۰}} \xrightarrow{\times ۲۰۰} \frac{۴}{۱۰۰} = \frac{۲۰۰۰۰}{۲۵۰۰}$$

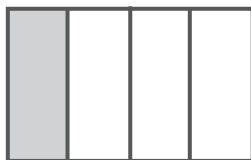
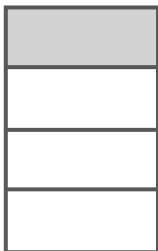
داریم: گنجایش منبع

۸- مستطیل داده شده ۲۵٪ یک مستطیل است. این مستطیل را کامل کنید.



پاسخ: مستطیل داده شده  $\frac{۲۵}{۱۰۰} = \frac{۱}{۴}$  ۲۵٪ مستطیل داده شده است، پس این مستطیل را به

اندازه ۳ برابر خود باید ادامه دهیم.



۹- ۷۰٪ دانش‌آموزان یک کلاس ۱۴ نفر است. تعداد دانش‌آموزان این کلاس چند نفر است؟ ۵ نفر چند درصد از دانش‌آموزان این کلاس است؟  
پاسخ:

$$70\% = 14 \rightarrow \frac{70}{100} = \frac{14}{\boxed{20}} \rightarrow \text{تعداد شاگردان کلاس } 20 \text{ نفر}$$

$\xrightarrow{\div 5}$   
 $\xleftarrow{\div 5}$

$$\frac{5}{20} = \frac{\boxed{25}}{100} = 25\%$$

$\xrightarrow{\times 5}$   
 $\xleftarrow{\times 5}$

### توصیه‌های آموزشی

- ۱- در کارکردن با درصد، از عددهای اعشاری و عددهای مخلوط در این مقطع استفاده نکنید.
- ۲- در این مقطع درصدهایی مطرح می‌شوند که از ۱۰۰٪ کمتر و یا حداکثر مساوی ۱۰۰٪ می‌باشند، پس از مطرح کردن درصدهای بیشتر از ۱۰۰٪ خودداری کنید. توجه داشته باشید که درصدهایی نظیر نسبت‌های کمتر از ۱، مساوی ۱ و بزرگ‌تر از ۱ به ترتیب کمتر از ۱۰۰٪، مساوی ۱۰۰٪ و بیشتر از ۱۰۰٪ هستند.

$$\frac{3}{2} = 150\% , 1 = 100\% , \frac{3}{4} = 75\% \quad \text{مثال:}$$

- ۳- اگر  $\frac{a}{b} = c\%$  یا  $\frac{a}{b} = \frac{c}{100}$  باشد، با معلوم بودن دو مقدار از سه مقدار  $a$ ،  $b$  و  $c$  می‌توان مقدار سوم را به دست آورد. (در این مقطع به کمک نسبت‌های مساوی یا تناسب).

- ۴- توجه دانش‌آموزان را به کاربردهای مختلف درصد در زمینه‌های مختلف جلب کنید و از آنها بخواهید که مسئله‌هایی را در ارتباط با درصد در این زمینه‌ها طرح و حل کنند و خلاقیت آنها را برانگیزانید.

- ۵- از سایت‌های ریاضی که در آنها مطالب مربوط به درصد، فراوان است، برای آموزش مفهوم درصد استفاده کنید.

● پاسخ فرهنگ نوشتن و حل تمرین های صفحه های ۶۴ و ۶۵

## فرهنگ نوشتن

۱- نسبت بین دو مقدار یعنی: اینکه یک مقدار چند برابر مقدار دیگر است - خارج قسمت تقسیم آن دو مقدار است - مقایسه دو مقدار به وسیله عمل تقسیم است.

۲- سرعت یک اتومبیل ۶۰ کیلومتر در ساعت است؛ یعنی: اتومبیل در هر ۱ ساعت ۶۰ کیلومتر طی می کند.

۳- توضیح دهید که چگونه مقدار مناسب برای این جای خالی را پیدا می کنید.  
 $\frac{2}{3} = \frac{\square}{9}$  دو نسبت مساوی اند. چون ۹ سه برابر ۳ است پس مخرج نسبت  $\frac{2}{3}$  در ۳ ضرب شده است. بنابراین صورت آن هم باید در ۳ ضرب شود یعنی در جای خالی باید  $2 \times 3 = 6$  نوشت [۶].

۴- در هر مربع، اندازه ضلع و اندازه محیط متناسب اند؛ یعنی: نسبت ضلع به محیط هر مربع مقدار ثابتی است.

۵- پیمودن  $50^\circ$  متر در ۶ دقیقه با پیمودن  $25^\circ$  متر در ۴ دقیقه متناسب نیست؛ چرا؟  
 زیرا  $\frac{25^\circ}{3} = \frac{50^\circ}{6}$  و  $\frac{125}{4} = \frac{25^\circ}{4}$  است که با هم مساوی نیستند.

۶-  $60\%$  دانش آموزان یک مدرسه به ورزش فوتبال علاقمندند؛ یعنی: از هر  $100$  دانش آموز این مدرسه  $60$  نفر به ورزش فوتبال علاقمندند.



● پاسخ تمرین‌های مرور فصل صفحه‌های ۶۴ و ۶۵

۱- با توجه به شکل داده شده :



الف) نسبت تعداد مربع‌ها با هریک از رنگ‌های داده‌شده را به تعداد مربع‌ها با رنگ‌های دیگر تعیین کنید.

$$\frac{\text{تعداد مربع‌ها به رنگ آبی}}{\text{تعداد مربع‌ها به رنگ زرد}} = \frac{3}{4} \quad \text{نمونه :} \quad \frac{\text{تعداد مربع‌ها به رنگ قرمز}}{\text{تعداد مربع‌ها به رنگ زرد}} = \frac{3}{4}$$

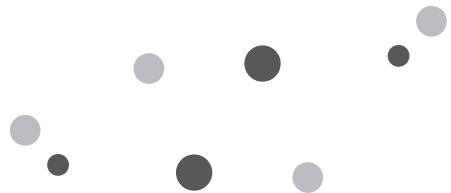
$$\frac{\text{زرد} \dots}{\text{قرمز} \dots} = \frac{4}{3}, \quad \frac{\text{آبی} \dots}{\text{قرمز} \dots} = \frac{3}{3} = 1, \quad \frac{\text{قرمز} \dots}{\text{آبی} \dots} = \frac{3}{3} = 1, \quad \frac{\text{زرد} \dots}{\text{آبی} \dots} = \frac{4}{3}$$

ب) نسبت تعداد مربع‌ها با هریک از رنگ‌های داده‌شده به تعداد کل مربع‌ها را تعیین کنید.

$$\frac{\text{تعداد مربع‌ها به رنگ آبی}}{\text{تعداد کل مربع‌ها}} = \frac{3}{10} \quad \text{نمونه :}$$

$$\frac{\text{تعداد مربع‌ها به رنگ قرمز}}{\text{تعداد کل مربع‌ها}} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{\text{تعداد مربع‌ها به رنگ زرد}}{\text{تعداد کل مربع‌ها}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$



۲- لاک پشتی ۲۸۰ متر را در ۴ ساعت می‌پیماید.

الف) نسبت مسافتی را که این لاک پشت پیموده است، به مدت زمان صرف‌شده توسط لاک پشت

تعیین کنید.

$$\frac{280}{4} = \frac{70}{1}$$

ب) این لاک پشت در ۱ ساعت چند متر راه می‌رود؟

$$\frac{280}{4} = 70 \text{ متر}$$



۳- با توجه به شکل، نسبت تعداد گل‌های بنفش به تعداد گل‌های قرمز کدام است؟  
پاسخ:  $\frac{۴}{۳}$

۱)  $\frac{۳}{۴}$       ۲)  $\frac{۶}{۸}$       ۳)  $\frac{۴}{۳}$       ۴)  $\frac{۱}{۸}$       ۵)  $\frac{۴}{۵}$

۴- هر یک از نسبت‌های زیر را ساده کنید.

$\frac{۱۸}{۱۲} = \frac{۳}{۲}$        $\frac{۲۰}{۴۰} = \frac{۱}{۲}$        $\frac{۴۵}{۵۵} = \frac{۹}{۱۱}$        $\frac{۸}{۱۶} = \frac{۱}{۲}$        $\frac{۷}{۷} = ۱$

$\frac{۸}{۱۶} = \frac{۲۰}{۴۰}$

تساوی مربوط به نسبت‌های مساوی را بنویسید.

۵- کدام یک از نسبت‌های زیر با نسبت  $\frac{۴}{۵}$  مساوی است؟

۱) ۲۸ به ۳۵      ۲) ۲۴ به ۳۲      ۳) ۴۸ به ۶۰      ۴) ۱۶ به ۲۴

پاسخ: این نسبت‌ها را به دست می‌آوریم:

$\frac{۱۶}{۲۴} = \frac{۲}{۳}$        $\frac{۴۸}{۶۰} = \frac{۴}{۵}$        $\frac{۲۴}{۳۲} = \frac{۳}{۴}$        $\frac{۲۸}{۳۵} = \frac{۴}{۵}$

دو نسبت ۲۸ به ۳۵ و ۴۸ به ۶۰ مساوی  $\frac{۴}{۵}$  می‌باشند.

۶- یک نسبت مساوی نسبت  $\frac{۷}{۵}$  بنویسید که:

الف) صورت آن ۴۲ باشد.

$$\frac{۷}{۵} = \frac{۴۲}{\square} \xrightarrow{\times ۶} \frac{۷}{۵} = \frac{۴۲}{\boxed{۳۰}} \rightarrow \frac{۷}{۵} = \frac{۴۲}{۳۰} \rightarrow \frac{۴۲}{۳۰}$$

ب) مخرج آن ۳۵ باشد.

$$\frac{۷}{۵} = \frac{\square}{۳۵} \xrightarrow{\times ۷} \frac{۷}{۵} = \frac{\boxed{۴۹}}{۳۵} \rightarrow \frac{۷}{۵} = \frac{۴۹}{۳۵} \rightarrow \frac{۴۹}{۳۵}$$

۷- در جاهای خالی، عددهای مناسب بنویسید تا نسبت‌های مساوی به دست آید.

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \times 3 \\ \frac{6}{5} = \frac{18}{15} \\ \times 3 \end{array} & \begin{array}{c} \div 3 \\ \frac{18}{24} = \frac{6}{8} \\ \div 3 \end{array} & \begin{array}{c} \times 4 \\ \frac{9}{5} = \frac{36}{20} \\ \times 4 \end{array} \end{array}$$

۸- پریا برای رسیدن به مدرسه  $64^\circ$  متر را در ۸ دقیقه می‌پیماید. صدف برای رسیدن به مدرسه  $108^\circ$  متر را در ۱۸ دقیقه می‌پیماید. آیا مسافت‌هایی را که این دو نفر پیموده‌اند با مدت زمان صرف‌شده توسط این دو نفر متناسب است؟

$$\frac{64^\circ}{8} = 8^\circ, \quad \frac{108^\circ}{18} = 6^\circ$$

خیر متناسب نیستند.

۹- نسبت‌های زیر داده شده‌اند:

$$1) \frac{8}{12}, \frac{4}{6} \qquad 2) \frac{24}{30}, \frac{18}{15} \qquad 3) \frac{42}{18}, \frac{28}{12}$$

الف) نسبت‌های داده‌شده در هر قسمت را تا حد امکان ساده کنید.

$$\begin{array}{ccc} \frac{4}{6} = \frac{2}{3} & \frac{18}{15} = \frac{6}{5} & \frac{28}{12} = \frac{7}{3} \\ 1) \frac{8}{12} = \frac{2}{3} & 2) \frac{24}{30} = \frac{4}{5} & 3) \frac{42}{18} = \frac{7}{3} \end{array}$$

ب) در کدام یک از این قسمت‌ها، نسبت‌ها تشکیل یک تناسب می‌دهند؟ این تناسب‌ها را بنویسید.

$$1) \frac{4}{6} = \frac{8}{12} \qquad 2) \frac{28}{12} = \frac{42}{18}$$

۱۰- در جای خالی در هر قسمت، عددی مناسب بنویسید تا یک تناسب به دست آید.

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \div 12 \\ \frac{36}{24} = \frac{3}{2} \\ \div 12 \end{array} & \begin{array}{c} \times 7 \\ \frac{6}{7} = \frac{42}{49} \\ \times 7 \end{array} & \begin{array}{c} \div 4 \\ \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \\ \div 4 \end{array} \end{array}$$

۱۱- یک قطار ۳۲۰ کیلومتر را در ۴ ساعت می‌پیماید. این قطار با همین سرعت :  
الف) ۸۰۰ کیلومتر را در چند ساعت می‌پیماید؟

$$\frac{320}{4} = \frac{800}{\square} \rightarrow \frac{80}{1} = \frac{800}{\square} \rightarrow \frac{80}{1} = \frac{800}{\boxed{10}}$$

در ۱۰ ساعت

ب) در ۱۲ ساعت چند کیلومتر را می‌پیماید؟

$$\frac{320}{4} = \frac{\square}{12} \rightarrow \frac{320}{4} = \frac{960}{12}$$

۹۶۰ کیلومتر

۱۲- خانواده خسرو در هر شبانه‌روز ۸ لیتر آب کمتر از خانواده فرهاد مصرف می‌کنند. اگر نسبت مصرف آب این دو خانواده در یک شبانه‌روز ۳ به ۵ باشد، هر کدام در یک شبانه‌روز چقدر آب مصرف می‌کنند؟

$$\frac{3}{2} = \frac{\square}{8} \rightarrow \square = 12 \text{ لیتر}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{\bigcirc}{8} \rightarrow \bigcirc = 20 \text{ لیتر}$$

خانواده خسرو

خانواده فرهاد

اختلاف مصرف

۳	$\square$
۵	$\bigcirc$
۲	۸

۱۳- از ۸۰ کتابی که در یک قفسه کتابخانه قرار دارند، ۲۰ کتاب ریاضی است. چند درصد از کتاب‌های این قفسه، کتاب ریاضی است؟

$$\frac{20}{80} = \frac{\square}{100} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{\square}{100} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{25}{100} \rightarrow 25\%$$

۱۴- اگر ۶٪ از یک محلول آب باشد، در ۲۵ لیتر از این محلول چند لیتر آب وجود دارد؟

$$6\% = \frac{6}{100} = \frac{15}{250} \rightarrow 15 \text{ لیتر آب وجود دارد}$$

$\xrightarrow{\div 4}$   
 $\xleftarrow{\div 4}$

۱۵- ۸٪ یک عدد ۲۰ است. آن عدد را تعیین کنید.

$$8\% = \frac{8}{100} = \frac{20}{250} \rightarrow 250 \text{ آن عدد}$$

$\xrightarrow{\div 4}$   
 $\xleftarrow{\div 4}$

## پاسخ معما و سرگرمی صفحه ۶۶

۳٪ از ۱۰٪ کشت دیم، محصول گندم است. پس داریم :

$$\frac{3}{100} \times \frac{10}{100} = \frac{300}{10000} = \frac{3}{100} = 3\%$$

یعنی ۳٪ از کشت دیم، گندم است.

## نسبت

نخست سؤال‌های مرتبط با دو مقدار و سپس سؤال‌های مرتبط با سه مقدار یا بیشتر را مطرح کنید. در برخی از این سؤال‌ها واحدها یکی باشند مانند دو طول، دو وزن و در برخی دیگر از سؤال‌ها واحدها متفاوت باشند مانند طول و زمان و ... به نمونه‌هایی از سؤال‌های مربوط به نسبت توجه کنید.



۱- الف) نسبت تعداد مثلث‌های داده شده با هر رنگ را به تعداد مثلث‌های داده شده با رنگ‌های دیگر تعیین کنید.

ب) نسبت تعداد مثلث‌های داده شده با هر رنگ را به تعداد کل مثلث‌های داده شده تعیین کنید.

پ) تعداد کل مثلث‌های داده شده را به تعداد مثلث‌های با هر رنگ تعیین کنید.

۲- با توجه به شکل، نسبت اندازه‌های هر دو پاره‌خط را به دست آورید.



۳- برای ساختن رنگ، سه رنگ آبی، زرد و سبز را طبق جدول زیر باهم مخلوط کرده‌ایم.

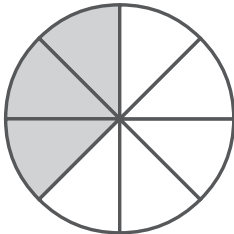
رنگ	آبی	زرد	سفید
قوطی‌های هم اندازه	۴	۴	۲

الف) نسبت اندازه هر رنگ به اندازه رنگ‌های دیگر را تعیین کنید.

ب) نسبت اندازه هر رنگ به کل رنگ ساخته شده را تعیین کنید.

۴- شکل روبه‌رو به قسمت‌های مساوی تقسیم شده است.

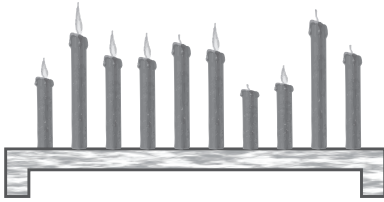
الف) نسبت مساحت قسمت رنگ شده به مساحت قسمت رنگ نشده را تعیین کنید.



ب) نسبت مساحت قسمت رنگ نشده به مساحت کل شکل را تعیین کنید.

پ) نسبت مساحت کل شکل به مساحت هریک از دو قسمت رنگ شده و رنگ نشده را بیابید.

۵- با توجه به شکل داده شده :



الف) نسبت تعداد شمع‌های روشن به تعداد شمع‌های خاموش را تعیین کنید.

ب) نسبت تعداد شمع‌های خاموش به تعداد کل شمع‌ها را بیابید.

ت) نسبت تعداد کل شمع‌ها به تعداد شمع‌های روشن را بیابید.

۶- اتومبیلی ۲۴۰ کیلومتر را در مدت ۳ ساعت پیموده است.

الف) نسبت مسافت پیموده شده به مدت زمان صرف شده توسط این اتومبیل را تعیین کنید.

ب) این اتومبیل در ۱ ساعت چند کیلومتر را پیموده است؟

۷- نادر یک مسافت را در مدت زمان ۱ ساعت و ۱۲ دقیقه و مهرداد همان مسافت را در مدت

زمان ۴۸ دقیقه پیموده است. نسبت مدت زمان صرف شده توسط این دو نفر را پیدا کنید.

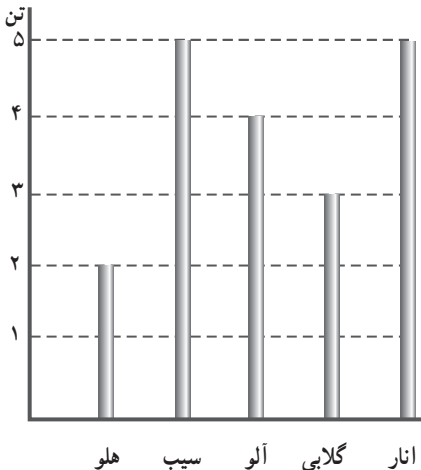
۸- نسبت تعداد دایره‌ها به تعداد مثلث‌ها در شکل داده شده کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{5}{14} \quad (2)$$

$$\frac{6}{14} \quad (1)$$



۹- نمودار روبه‌رو میزان تولید چند نوع

میوه در یک باغ میوه را نشان می‌دهد.

الف) نسبت میزان تولید هر نوع میوه به

میزان تولید میوه‌های دیگر را تعیین کنید.

ب) نسبت میزان تولید هر نوع میوه به میزان

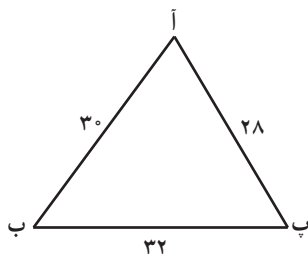
کل تولید میوه در این باغ را تعیین کنید.

۱۰- به مثلث داده شده توجه کنید و :

الف) اندازه محیط این مثلث را تعیین کنید.

ب) نسبت اندازه هریک از ضلع های این مثلث به اندازه محیط

مثلث را بیایید.



۱۱- مستطیل داده شده را با رسم دو پاره خط به چهار قسمت

مساوی تقسیم کنید و یک قسمت از این چهار قسمت را رنگ کنید.  
آن گاه :



الف) نسبت مساحت قسمت رنگ شده به مساحت کل مستطیل را تعیین کنید.

ب) نسبت مساحت مستطیل به مساحت قسمت رنگ نشده را بیایید.

۱۲- الف) چند دایره به دلخواه رسم کنید.

ب) چند دایره از آنها را به دلخواه رنگ کنید.

پ) نسبت تعداد دایره های رنگ شده به تعداد کل دایره ها را تعیین کنید.

ت) نسبت تعداد دایره های رنگ نشده به تعداد کل دایره ها را بنویسید.

توجه : این فعالیت، یک فعالیت باز پاسخ است. به حالت های خاصی هم که ممکن است پیش

آید توجه کنید. به عنوان مثال هیچ دایره ای رسم نکنید. یا همه دایره ها را رنگ کنید یا هیچ دایره ای را رنگ نکنید.

## نسبت های مساوی

۱۳- نشان دهید که دو نسبت  $\frac{30}{40}$  و  $\frac{12}{16}$  با هم مساوی اند.

۱۴- جدول داده شده مقدار تولید چند نوع میوه در دو باغ میوه را برحسب کیلو گرم نشان می دهد.

نوع میوه باغ	سیب	گلابی	هلو	آلو	آلبالو	گیلاس	زردآلو
مهرداد	۸۰۰	۶۰۰	۳۰۰	۴۵۰	۲۰۰	۴۰۰	۲۴۰
ناصر	۱۲۰۰	۹۰۰	۲۵۰	۲۵۰	۳۰۰	۵۰۰	۳۶۰

الف) نسبت مقدار تولید هریک از این میوه ها در باغ مهرداد را به مقدار تولید همان میوه در باغ

ناصر تعیین کنید و این نسبت ها را به ساده ترین صورت ممکن تبدیل کنید.

ب) در صورت وجود نسبت های مساوی، تساوی مربوط به آنها را بنویسید.



۱۵- هر یک از نسبت‌های داده شده زیر را ساده کنید و تساوی مربوط به نسبت‌های مساوی

را بنویسید.

$$\frac{12}{6} (۷) \quad \frac{18}{15} (۶) \quad \frac{45}{20} (۵) \quad \frac{27}{12} (۴) \quad \frac{3}{7} (۳) \quad \frac{6}{5} (۲) \quad \frac{18}{8} (۱)$$

۱۶- نسبت دو مقدار  $\frac{3}{4}$  است. اگر مقدار بزرگ‌تر ۱۸ باشد مقدار کوچک‌تر را بیابید.

۱۷- به کمک رسم شکل یک نسبت مساوی نسبت  $\frac{3}{4}$  بنویسید که مخرج آن ۱۶ باشد.

۱۸- یک نسبت مساوی نسبت  $\frac{5}{3}$  بنویسید که :

(الف) صورت آن ۴۰ باشد.

(ب) مخرج آن ۳۰ باشد.

۱۹- در هر قسمت، در جاهای خالی عددهای مناسب بنویسید تا نسبت‌های مساوی به دست

آیند.

$$\frac{16}{12} = \frac{\quad}{3}, \quad \frac{4}{7} = \frac{16}{\quad}, \quad \frac{\quad}{9} = \frac{12}{18} = \frac{10}{\quad}$$

۲۰- نسبت‌های داده شده زیر را محاسبه کنید و تساوی مربوط به نسبت‌های مساوی را

بنویسید.

$$۲۴ \text{ به } ۳۲ \quad (۲) \text{ ۶ به } ۸ \quad (۳) \text{ ۱۰ به } ۸ \quad (۴) \text{ ۲۰ به } ۱۶ \quad (۵) \text{ ۳۶ به } ۴۸$$

۲۱- کدام نسبت‌های داده شده در هر قسمت با هم مساوی اند، تساوی مربوط به آنها را بنویسید.

(الف) ۸ توپ برای ۱۲ نفر      ۲۴ توپ برای ۱۶ نفر

(ب) ۹ گل برای ۹ پروانه      ۲۷ گل برای ۲۷ پروانه

(پ) ۴ میز برای ۱۲ نفر      ۶ میز برای ۱۸ نفر

(ت) ۶ جفت جوراب برای ۳ نفر      ۱۲ جفت جوراب برای ۴ نفر

## تناسب

نخست مقدارهایی (کمیت‌هایی) را در نظر بگیرید که متناسبند. به عنوان مثال، اندازه محیط هر

چندضلعی منتظم با اندازه ضلع آن متناسب است و یا میزان ویتامین ث موجود در یک نوع میوه با وزن

آن نوع میوه متناسب است، مثلاً در هر ۱۰۰ گرم پرتقال ۷۰ میلی گرم فسفر وجود دارد. سؤال‌هایی

در ارتباط با این کمیت‌های متناسب طرح کنید و بخواهید که یک یا چند تناسب را با استفاده از آن

مقدارهای متناسب بنویسند. سپس مقدارهایی را در نظر بگیرید که متناسب نیستند و سؤال‌هایی مرتبط

با آنها مطرح کنید و در این سؤال‌ها برسید که آیا تناسبی با استفاده از این مقادارها می‌توان نوشت. به نمونه‌هایی از سؤال‌های مرتبط با تناسب توجه کنید.

۲۲- آیا در هر قسمت مقدارهای داده شده متناسبند؟ در صورتی که متناسب باشند، تناسب مربوط به آنها را بنویسید.

(۱) ۶ سیب برای ۳ نفر

۸ سیب برای ۴ نفر

(۲) پیمودن ۲۰۰ متر راه در مدت ۱۲ دقیقه

پیمودن ۱۲۰۰ متر راه در مدت ۷۲ دقیقه

(۳) ۶ متر طول و ۳ متر عرض

۱۴ متر طول و ۷ متر عرض

۲۳- با استفاده از جدول داده شده :

۴۰	۵۰	ویتامین ث (میلی گرم)
۶۴	۸۰	آب پرتقال (گرم)

(الف) نسبت مقدار ویتامین ث به مقدار آب پرتقال را در هر قسمت تعیین کنید.

(ب) در صورتی که آب پرتقال و ویتامین ث موجود در آن متناسب‌اند، تناسب مربوط به آنها را

بنویسید.

۲۴- در هر قسمت یک عدد مناسب بنویسید تا یک تناسب به دست آید.

$$(۱) \frac{۳۲}{۱۴} = \frac{۱۶}{۱۴} \quad (۲) \frac{۵}{۱۲} = \frac{۵}{۱۲} \quad (۳) \frac{۲۴}{۱۶} = \frac{۲۴}{۴۸} \quad (۴) \frac{۳۶}{۱۲} = \frac{۹}{۱۲}$$

۲۵- بهرام مسافت ۱۸۰۰ متر را در مدت ۲ ساعت پیمود. بهرام با همان سرعت :

(الف) مسافت ۲۷۰۰ متر را در چه مدتی می‌پیماید؟

(ب) در مدت ۵ ساعت چند متر را طی می‌کند؟

۲۶- در یک شهر نسبت شب به روز ۵ به ۷ است تعیین کنید در مدت ۲۴ ساعت یک شبانه‌روز

چند ساعت شب و چند ساعت روز است.

۲۷- برای تهیه یک نوع شیرینی آرد و شکر را به نسبت ۷ به ۲ مخلوط می‌کنند. تعیین کنید

برای تهیه ۲۷ کیلو از این شیرینی :

(الف) چند کیلو آرد لازم است؟

(ب) چند کیلو شکر لازم است؟

۲۸- چند مثلث متساوی الاضلاع و اندازه ضلع آنها داده شده است.

اندازه ضلع	۲	۵	۸	۱۲	.....	۲۰
اندازه محیط	۶	.....	.....	.....	.....	.....



الف) جدول داده شده را کامل کنید.

ب) نسبت اندازه محیط هر مثلث متساوی الاضلاع به اندازه ضلع آن را تعیین کنید. آیا اندازه محیط هر مثلث متساوی الاضلاع با اندازه ضلع آن متناسب است؟

پ) در صورت متناسب بودن کمیت‌های بالا، ۳ تناسب با استفاده از جدول بالا بنویسید.

۲۹- فرهاد می‌خواهد ۲۴۰۰۰ تومان را بین دو فرزند ۵ ساله و ۷ ساله‌اش به نسبت سن آنها تقسیم کند. تعیین کنید به هر کدام چند تومان می‌رسد؟

۳۰- یک زاویه سه برابر زاویه دیگر است. اگر اختلاف این دو زاویه ۵۰ درجه باشد، اندازه هریک از آنها را تعیین کنید.

## درصد

مفهوم درصد یکی از مفاهیم ریاضی پرکاربرد است که عموماً هر روز در رسانه‌های شنیداری، تصویری و روزنامه‌ها در زمینه‌های مختلف فرهنگی، اجتماعی، محیط زیست، کشاورزی، صنعت و... مطرح می‌شود. بنابراین طرح سؤال‌های مرتبط با درصد گستره وسیعی دارد.

البته باید توجه داشته باشید که در ریاضی سال پنجم دبستان تنها درصدهای نایزگ تراز ۱۰۰٪ مطرح شده است، یعنی نسبت بین دو مقدار کوچک تراز ۱ و یا حداکثر برابر ۱ است و نباید نسبت‌های بزرگ تراز ۱ را در این مقطع مطرح کنیم. به علاوه باید توجه داشته باشیم که نسبت عددهای اعشاری و نسبت عددهای مخلوط در این سال گفته نشده است.

به نمونه‌هایی از سؤال‌های مربوط به درصد توجه کنید.

۳۱- در یک معدن از هر ۴۰۰ کیلوگرم سنگ معدن ۸۰ کیلوگرم فلز خالص به دست می‌آید.

الف) نسبت وزن فلز خالص به وزن سنگ معدن را تعیین کنید.

ب) یک نسبت مساوی نسبتی که در بالا به دست می‌آید بنویسید که مخرج آن ۱۰۰ باشد.

پ) چند درصد از سنگ این معدن، فلز خالص است.

۳۲- در یک استان از کشورمان ۲۴۰ تن محصول ذرت تولید می‌شود. ۱۸۰ تن از این مقدار به مصرف خوراک دام می‌رسد. تعیین کنید :

الف) نسبت مقدار ذرت مصرف شده برای خوراک دام به مقدار کل ذرت تولید شده در این استان را.

ب) یک نسبت مساوی نسبت به دست آمده در بالا بنویسید که مخرج آن ۱۰۰ باشد.  
 پ) چند درصد از محصول ذرت تولید شده در این استان به مصرف خوراک دام می‌رسد؟  
 ۳۳- در یک کلاس که ۲۴ نفر دانش‌آموز دارد ۶ نفر علاقمند به خطاطی هستند. تعیین کنید چند درصد از دانش‌آموزان این کلاس به خطاطی علاقمندند.  
 ۳۴- جدول زیر تعداد بردها، باخته‌ها و تساوی‌های یک تیم والیبال در یک سال را نشان می‌دهد. تعیین کنید این تیم :

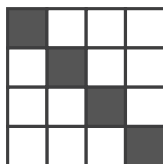
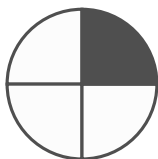
مساوی	باخته	برده
۱۲	۴	۲۴

الف) چند درصد از بازی‌ها را برده است؟  
 ب) چند درصد از بازی‌ها را باخته است؟  
 پ) چند درصد از بازی‌ها را مساوی کرده است؟  
 ۳۵- یک کتاب ۲۵۰ صفحه دارد. محمود ۲۰٪ از صفحه‌های این کتاب را خوانده است. محمود چند صفحه از این کتاب را خوانده است؟  
 ۳۶- یک کارخانه اتومبیل‌سازی در هر سال ۲۵۰۰۰۰ اتومبیل تولید می‌کند. اگر ۴۰٪ از این اتومبیل را به خارج از کشور صادر کند، چند اتومبیل برای فروش در داخل کشور باقی می‌ماند؟  
 ۳۷- در یک باغچه ۳۶۰ عدد گل‌های مختلف کاشته شده‌اند. اگر ۲۵٪ از این گل‌ها، گل سرخ ۱۰٪ گل لاله و ۱۵٪ آن گل شب‌بو باشند، تعداد گل‌های سرخ، لاله و شب‌بو در این باغچه را تعیین کنید. چند گل از انواع دیگر در این باغچه هست؟  
 ۳۸- اگر ۴۵٪ عددی ۹۰ باشد آن عدد را تعیین کنید.  
 ۳۹- اگر ۲۵٪ از گنجایش یک ورزشگاه ۲۵۰۰۰ نفر باشد، گنجایش این ورزشگاه چند نفر است؟

۴۰- هریک از درصدهای زیر را به کسر تبدیل کنید و تاحدامکان ساده کنید.

۱٪ (۱) ۲٪ (۲) ۳٪ (۳) ۴٪ (۴) ۵٪ (۵) ۶٪ (۶) ۷٪ (۷) ۵٪ (۸) ۷۵٪ (۹) ۱۰۰٪ (۱۰)

۴۱- هر یک از شکل‌های زیر به قسمت‌های مساوی تقسیم شده است. تعیین کنید چند درصد از هر کدام از آنها، رنگ شده است؟ چند درصد رنگ نشده است؟



چند جدول برای استخراج نسبت بین دو کمیت، نسبت‌های مساوی، تناسب و درصد به منظور طراحی فعالیت، کار در کلاس و با تمرین. در صورت لزوم: عددها را می‌توانید گرد کنید و اگر لازم بود بزرگ یا کوچک کنید.

جدول مواد موجود در صد گرم دانه خشک سویا، جوانه سویا، شیر سویا و سس سویا

مواد	دانه خشک سویا	جوانه سویا	شیر سویا	سس سویا
آب	۱۰ گرم	۸۶ گرم	۹۲/۵ گرم	۶۲/۸ گرم
پروتئین	۳۴ گرم	۶ گرم	۳/۴ گرم	۵/۶ گرم
چربی	۱۷/۷ گرم	۱/۴ گرم	۱/۵ گرم	۱/۳ گرم
مواد نشاسته‌ای	۲۹ گرم	۴/۷ گرم	۲/۲ گرم	۹/۵ گرم
کلسیم	۲۲۶ میلی‌گرم	۴۸ میلی‌گرم	۲۰ میلی‌گرم	۸۲ میلی‌گرم
فسفر	۵۵۰ میلی‌گرم	۶۷ میلی‌گرم	۴۸ میلی‌گرم	۱۰۴ میلی‌گرم
آهن	۸/۴ میلی‌گرم	۱ میلی‌گرم	۰/۸ میلی‌گرم	۴/۸ میلی‌گرم
ویتامین آ	۸۰ واحد	۸۰ واحد	۴۰ واحد	۷۳۲۰ واحد
ویتامین ب۱	۱/۱ میلی‌گرم	۰/۲۵ میلی‌گرم	۰/۸ میلی‌گرم	۰/۰۲ میلی‌گرم
ویتامین ب۲	۰/۳ میلی‌گرم	۰/۲ میلی‌گرم	۰/۰۳ میلی‌گرم	۰/۲۵ میلی‌گرم
ویتامین ب۳	۲/۲ میلی‌گرم	۰/۸ میلی‌گرم	۰/۲ میلی‌گرم	۰/۴ میلی‌گرم

نام ماده غذایی در ۱۰۰ گرم	کربوهیدرات	فیبر (gr)	چربی (gr)	کلسترول (mg)	آهن (mg)	کالری
نان لواش	۶۲	۳/۰	۵/۱	۰	۳	۲۸۸
نان بربری	۵۷	۵/۰	۵/۱	۰	۵	۲۶۵
نان سنگک	۵۵	۱	۴/۱	۰	۱	۲۵۹
نان باگت	۵۱	۳	۴/۲	۰	۳	۲۸۶
برنج پخته (بدون روغن)	۲۴	۳/۱	۳/۰	۰	۵/۰	۱۰۸
ماکارونی پخته (بدون روغن)	۲۳	۸/۰	۵/۰	۰	۱	۱۱۱

نام ماده غذایی در ۱۰۰ گرم	کربوهیدرات (گرم)	فیبر (گرم)	چربی (گرم)	کلسترول (میلی گرم)	آهن (میلی گرم)	کیلوکالری
هندوانه	۷	۴/۰	۳/۰	۰	۲/۰	۳۱
طالبی	۸	۱	۰	۰	۲/۰	۳۵
خربزه	۱۱	۲	۰	۰	۱/۰	۴۸
انگور	۱۷	۱	۰	۰	۳/۰	۶۳
انجیر تازه	۱۵	۴	۳/۰	۰	۴/۰	۷۴
انجیر خشک	۶۵	۱۵	۵/۱	۰	۳	۲۵۵
هلو	۸	۲	۰	۰	۱/۰	۳۳
سیب با پوست	۱۵	۸	۰	۰	۵/۰	۶۰
پرتقال	۱۴	۹	۰	۰	۱/۰	۵۹
نارنگی	۱۱	۲	۰	۰	۱/۰	۴۳
کیوی	۱۵	۲	۵/۰	۰	۴/۰	۶۱
لیموشیرین	۹	۲	۰	۰	۳/۰	۳۷
خرما	۷۴	۸	۴/۰	۰	۳/۱	۲۷۵
موز	۲۳	۳	۳/۰	۰	۳/۰	۹۲

نام ماده غذایی در ۱۰۰ گرم	کربوهیدرات (گرم)	فیبر (گرم)	چربی (گرم)	کلسترول (گرم)	آهن (گرم)	کیلوکالری انرژی
شیر گاو پرچرب	۵	۰	۳	۱۴	۰	۶۲
شیر پاستوریزه	۵	۰	۲	۱۰	۰	۵۷
شیر ۲٪ چربی	۵	۰	۲	۹	۰	۵۰
شیر کاکائو	۱۰	۰	۴	۱۳	۳/۰	۸۷
ماست پاستوریزه	۵	۰	۲	۹	۰	۶۰
ماست پرچرب	۵	۰	۳	۱۳	۰	۶۱
پنیر پاستوریزه	۲	۰	۲۰	۷۵	۳/۰	۲۶۰
دوغ	۲	۰	۱	۲	۰	۳۳
کشک	۸	۰	۷	۴۴	۲	۳۷۸
بستنی	۲۴	۰	۱۱	۴۴	۰	۲۰۲
خامه	۳	۰	۳۷	۱۳۰	۰	۳۴۵
کره	۰	۰	۸۱	۲۳۰	۲/۰	۷۱۶

جدول مواد موجود در ۱۰۰ گرم پرتقال پوست کنده		مقدار متوسط (در ۱۰۰ گرم شیر)		مواد مغذی اصلی	
آب	۸۶ گرم	۸۷/۵		آب (گرم)	
پروتئین	۱ گرم	۶۶		انرژی (کالری)	
نشاسته	۰/۲ گرم	۳/۴		پروتئین (گرم)	
کلسیم	۱۲ گرم	۳/۹		چربی (گرم)	
فسفر	۴۰ میلی گرم	۴/۸		لاکتوز (قند شیر) (گرم)	
آهن	۲۰ میلی گرم	۱۱۵		کلسیم (میلی گرم)	
سدیم	۴/۰ میلی گرم	۹۲		فسفر (میلی گرم)	
پتاسیم	۱ میلی گرم	۵۲		ویتامین «آ» (میکروگرم)	
ویتامین آ	۲۰۰ میلی گرم	۰/۰۳		ویتامین «د» (میکروگرم)	
ویتامین ب۱	۲۰۰ واحد	۰/۰۴		ویتامین «ب۱» (میلی گرم)	
ویتامین ب۲	۱/۰ واحد	۰/۲		ویتامین «ب۲» (میلی گرم)	
ویتامین ب۳	۴/۰ میلی گرم				
ویتامین ث	۵۰ میلی گرم				

## چک لیست ارزشیابی

ردیف	ارزشیابی توصیفی	خیلی خوب	خوب	قابل قبول	نیازمند تلاش
۱	مفهوم نسبت بین دو مقدار را می‌فهمد.				
۲	در موقعیت‌های مختلف، تشخیص می‌دهد که کدام موقعیت به نسبت مربوط است.				
۳	می‌تواند نسبت‌ها را باهم مقایسه کند.				
۴	کاربرد نسبت در درون ریاضی را می‌داند.				
۵	کاربرد نسبت در ریاضی و علوم دیگر را می‌داند.				
۶	در حل کردن مسئله‌ها از نسبت استفاده می‌کند.				
۷	در به کارگیری نسبت به مهارت رسیده است.				
۸	صورت‌های مختلف نمایش نسبت را می‌شناسد.				
۹	صحبت کردن با مفهوم نسبت را می‌داند.				
۱۰	از نسبت در زمینه‌های فرهنگی اجتماعی، تربیتی استفاده می‌کند مانند توجه به محیط زیست، تغذیه و سلامت، صنعت، پس‌انداز				
۱۱	چند نسبت را می‌تواند باهم مقایسه کند.				
۱۲	نسبت‌های مساوی را تشخیص می‌دهد.				
۱۳	نسبت‌های نامساوی را تشخیص می‌دهد.				
۱۴	می‌تواند یک یا چند نسبت، مساوی یک نسبت داده شده بنویسد.				
۱۵	از رسم شکل برای تعیین نسبت‌های مساوی استفاده می‌کند.				
۱۶	نسبت‌های مساوی را در حل مسائل به کار می‌گیرد.				



۱۷	کاربرد نسبت‌های مساوی در درون و برون ریاضی را می‌داند.			
۱۸	مفهوم کمیت‌های متناسب را می‌داند.			
۱۹	مفهوم کمیت‌های نامتناسب را می‌داند.			
۲۰	مفهوم تناسب را می‌داند.			
۲۱	می‌تواند جزء چهارم یک تناسب را به‌دست آورد.			
۲۲	در حل مسائل از تناسب استفاده می‌کند.			
۲۳	در مسائل فرهنگی، اجتماعی، تربیتی تناسب را به‌کار می‌گیرد.			
۲۴	مفهوم درصد را درک می‌کند.			
۲۵	ارتباط بین نسبت و درصد را می‌داند.			
۲۶	می‌تواند یک درصد را محاسبه کند.			
۲۷	در حل مسائل از درصد استفاده می‌کند.			
۲۸	در زمینه‌های فرهنگی، اجتماعی، تربیتی از مفهوم درصد استفاده می‌کند.			
۲۹	می‌تواند با مفهوم درصد صحبت کند.			
۳۰	رابطه بین نسبت، نسبت‌های مساوی، تناسب و درصد را می‌داند.			
۳۱	مهارت تصویرسازی و استفاده از آنها برای نسبت، تناسب و درصد را دارد.			
۳۲	می‌تواند به‌طور غیرمستقیم مفاهیم و ایده‌هایی از حوزه‌های اجتماعی فرهنگی مانند توجه به محیط زیست، ارزش کار، ارزش‌های سلامت و ... را طرح کند.			

## تقارن و چند ضلعی‌ها



نگاه کلی به فصل

این فصل شامل چهار درس است. درس اول، با یادآوری مفهوم خط تقارن و تقارن خطی شروع می‌شود و در ادامه این مفهوم با توجه بیشتری نسبت به سال‌های قبل مورد بررسی قرار می‌گیرد. درس دوم به مفهوم تقارن مرکزی و مرکز تقارن می‌پردازد. اگرچه در سال‌های قبل نمونه‌هایی از این مطلب برای دانش‌آموزان در غالب مثال آمده است ولی برای اولین بار این مفهوم در این کتاب معرفی می‌شود. درس سوم به معرفی زاویه و نیمساز می‌پردازد. دانش‌آموزان با مفهوم زاویه و انواع آن به خوبی آشنایی دارند ولی مفهوم نیمساز برای اولین بار ارائه می‌شود. سرانجام درس آخر این فصل مربوط به چندضلعی‌هاست. در این فصل دانش‌آموزان می‌توانند مجموع زوایای مثلث و چهارضلعی را به دست آورند و با برخی از ویژگی‌های قطر و نیمساز در چهارضلعی‌ها آشنا می‌شوند.



### تصویر عنوانی

اهداف اصلی این فصل، درک مفاهیم تقارن، زاویه و چندضلعی هاست و بنابراین در این فصل تصویرهایی از بناهای تاریخی، اماکن متبرکه، تصاویر طبیعی، موجودات زنده و ... آمده است که در آنها تقارن، انواع زاویه‌ها و چهارضلعی‌ها دیده می‌شوند.

### دانستنی‌هایی برای معلم

**تقارن :** تقارن یکی از مفاهیم زیبا و در عین حال مهم و پرکاربرد در هندسه می‌باشد. تقارن در خارج از ریاضیات و مخصوصاً در طبیعت نیز وجود دارد. در ساختارهای مولکولی و بلورها، شبکه‌های کریستالی و ... تقارن‌های موجود، باعث می‌شود که خواص زیادی از آنها توسط دانشمندان به‌طور دقیق مورد بررسی قرار گیرد.

در معماری، وجود تقارن، زیبایی خاصی به ساختمان‌ها و بناهای تاریخی بخشیده است. یکی از این بناهای تاریخی به عنوان تصویر اصلی فصل انتخاب شده است که به‌خوبی تقارن آینه‌ای یا بازتاب را نشان می‌دهد.

### توسعه مفاهیم و اهداف

دانش‌آموزان با خط تقارن آشنا هستند، اما در این بخش با استفاده از قرینه یک نقطه می‌توان قرینه بقیه شکل را به‌دست آورد. در این فصل، این مفهوم در دو مرحله آموزش داده می‌شود؛ با استفاده از کاغذ شطرنجی و بدون استفاده از آن. مثال‌های قابل فهم مثل انعکاس تصویر یک درخت در آب، یک برگ، یک پروانه، تصویر یک حیوان از جلو یا تصویر شخص در آینه به‌خوبی می‌تواند خط تقارن و بازتاب یا انعکاس را نشان دهد. از اهداف دیگر این بخش این است که دانش‌آموزان درک کنند

یک شکل می‌تواند خط تقارن نداشته باشد یا تعداد خط‌های تقارن بیشتر از یک خط باشد. اگرچه در سال‌های قبل با شکل‌هایی آشنا شده‌اند که دارای یک یا دو خط تقارن بوده است ولی در این بخش شکل‌هایی با ۴، ۶ و ۱۰ خط تقارن نیز آمده‌اند. از دیگر ویژگی مثال‌های این بخش این است که دانش‌آموز می‌تواند با در نظر گرفتن نقاط روی یک شکل، قرینه شکل را بدون استفاده از کاغذ شطرنجی پیدا کند.

در قسمت آخر این بخش، مفهوم تقارن مرکزی و مرکز تقارن بیان شده است. هدف اصلی این بخش این است که دانش‌آموز مفاهیم تقارن مرکزی و مرکز تقارن را درک کند و بداند که در تقارن مرکزی اندازه شکل تغییر نمی‌کند، ولی جهت آن تغییر می‌کند. به عبارت دیگر، دانش‌آموز با مفهوم دوران به اندازه ۱۸۰ درجه آشنایی پیدا کند و بتواند قرینه شکل نسبت به یک نقطه را با دوران ۱۸۰ درجه پیدا کند.

بنابراین در این درس از دانش‌آموز انتظار می‌رود مفاهیم زیر را درک کند :

الف) خط تقارن

ب) تقارن محوری

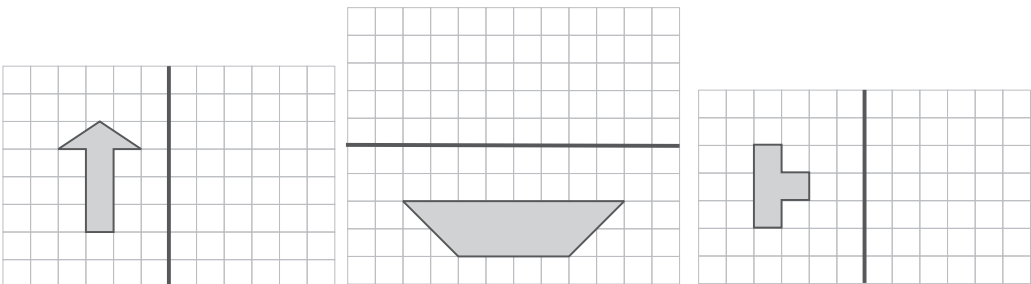
ج) مرکز تقارن

د) تقارن مرکزی

## خط تقارن

### روش تدریس

برای شروع این بخش می‌توان با یادآوری مفهوم خط تقارن، خط تقارن تصویر یک شیء یا یک موجود زنده را پیدا کرد. هدف فعالیت اول پیدا کردن قرینه شکل نسبت به خط تقارن با استفاده از پیدا کردن قرینه نقاط در کاغذ شطرنجی است. برای پیدا کردن قرینه نقاط به جز روش محمد مهدی و علی می‌توان با شمردن تعداد مربع‌ها یا استفاده از آینه نیز قرینه نقطه را پیدا کرد. همچنین هدف کار در کلاس کسب مهارت در فعالیت بالا و تصور کردن قرینه شکل بدون رسم آن است. مثال زیر می‌تواند به این کار در کلاس اضافه شود :



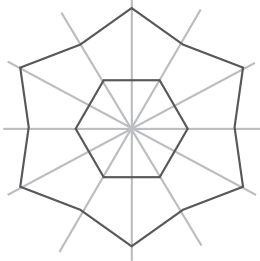
### کار در کلاس

شما می‌توانید قرینه شکل را نسبت به خط تقارن به کمک آینه، تا کردن و یا تصویر ذهنی مجسم کنید، به کمک کار در کلاس ۱، قرینه شکل‌های زیر را ابتدا با تصور ذهنی نسبت به خط‌های تقارن داده شده رسم کنید.

**هدف فعالیت ۲ :** آموزش مفاهیم بالا در کاغذ غیر شطرنجی و با استفاده از گونیا و خط‌کش است باید دقت شود که در کار در کلاس مربوط به این قسمت کاغذها دقیقاً به شکل مستطیل یا هر شکلی که در آن آمده است باشند. از آنجایی که هدف اصلی، پیدا کردن قرینه یک شکل با استفاده از پیدا کردن قرینه نقاط است، در این کار در کلاس اکثر مثال‌ها در مورد پیدا کردن قرینه نقاط است.

## حل برخی از تمرین‌ها

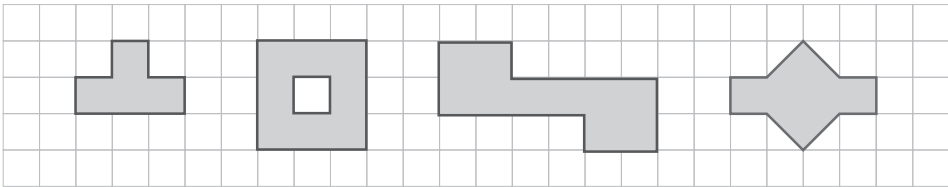
تمرین ۲: شکل سمت راست دارای چند خط تقارن است.



در این شکل، دقیقاً ۶ خط تقارن وجود دارد که تاکنون به جز شش ضلعی یک شکل با این تعداد خط تقارن مطرح نشده است. این شکل قسمت اصلی یک مولکول به نام فولرن است. فولرن در سال ۱۹۸۵ توسط هری کروتو و همکارانش در یک آزمایشگاه در آمریکا ساخته شد و دنیای نانوتکنولوژی با پیدایش فولرن  $C_{60}$  یا باکی‌بال وارد مرحله تازه‌ای شد. کروتو و همکارانش، به‌خاطر این کشف بزرگ جایزه نوبل دریافت کردند.

## تمرین‌هایی برای ارزشیابی

۱- در شکل‌های زیر تعداد خطوط تقارن را پیدا کنید.



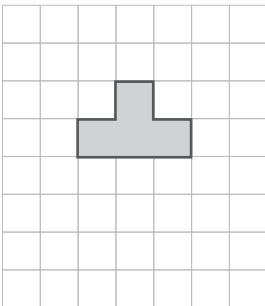
۲- الف) شکل زیر چند خط تقارن دارد؟

ب) یک مربع را طوری رنگ کنید که شکل، خط تقارن

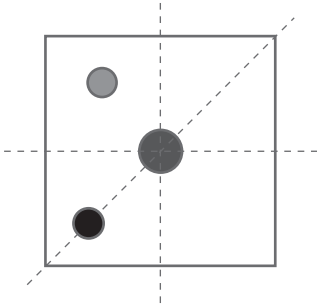
نداشته باشد.

ج) آیا می‌توانید یک مربع را طوری رنگ‌آمیزی کنید که

شکل چهار خط تقارن داشته باشد؟

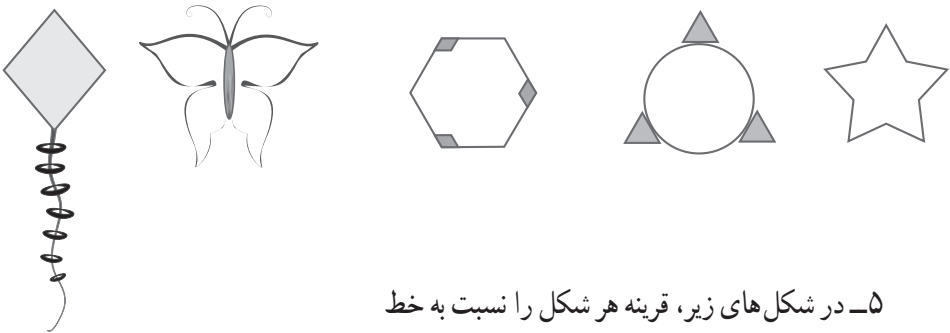


۳- در کاغذ مربعی شکل زیر، تعدادی نقاط رنگی رسم شده است.

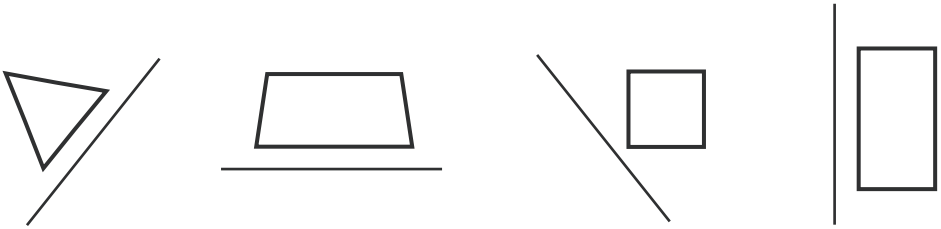


- الف) قرینه نقطه آبی نسبت به خط قرمز را رسم کنید.  
 ب) قرینه نقطه سیاه نسبت به خط آبی را رسم کنید.  
 ج) قرینه نقطه قرمز نسبت به خط آبی را پیدا کنید.

۴- در هر شکل، خط‌های تقارن را پیدا کنید.



۵- در شکل‌های زیر، قرینه هر شکل را نسبت به خط تقارن رسم کنید.



۶- همه خطوط تقارن شکل‌های زیر را رسم کنید.



### مرکز تقارن

#### اهداف

درک مفاهیم زیر

۱- تقارن مرکزی

۲- مرکز تقارن

۳- در تقارن مرکزی اندازه شکل تغییر نمی کند ولی جهت تغییر می کند.

ابزارهای مورد نیاز :

۱- کاغذ شفاف یا صفحه پوستی

۲- کاغذ شطرنجی

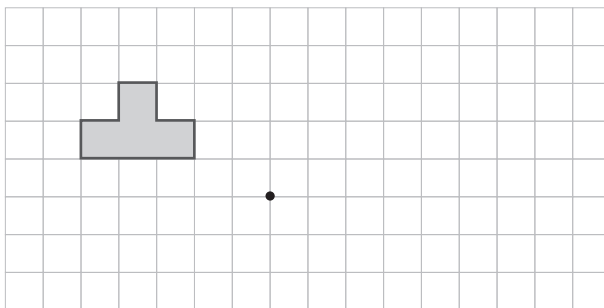
#### روش تدریس

این درس به طور کلی به آموزش مفهوم مرکز تقارن و تقارن مرکزی می پردازد. از آنجایی که این مفهوم برای اولین بار ارائه می شود، بنابراین باید با یک مقدمه ای در مورد چرخش و اجسام دورانی بحث را شروع کنید. می توانید از شکل های زیادی در طبیعت همانند پنکه، چرخ و فلک، چرخ گاری و ... که بیانگر چرخش هستند شروع کنید. در اینجا نهایت دقت را به عمل آورید زیرا هدف آموزش محور دوران نیست. بنابراین فقط چرخش هایی که در صفحه می باشند را برجسته کنید. از آنجا که هدف اصلی این درس، درک این مطلب است که قرینه مرکزی، چرخش به اندازه  $180^\circ$  درجه است، بنابراین از دوران های  $180^\circ$  درجه بحث را شروع کنید. فعالیت ۱، در واقع برای درک مفهوم مرکز تقارن کار در کلاس برای کسب مهارت بیشتر در درک این مفهوم است. در فعالیت ۲، برای درک قرینه مرکزی است و کار در کلاس هم برای کسب مهارت و آموزش مفاهیم بالاست. از آنجایی که این مفهوم برای اولین بار ارائه شده است و در سال بعد با توسعه بیشتری ادامه پیدا می کند، از مدرسین



انتظار می‌رود این مفهوم را با استفاده از پیدا کردن قرینه یک نقطه آموزش ندهند، زیرا هدف اصلی این بخش نیست. همچنین توصیه می‌شود این مفاهیم را در کاغذ شطرنجی آموزش دهید. تمرین‌های زیر می‌توانند به عنوان مثال‌های کمکی در تدریس استفاده شوند:

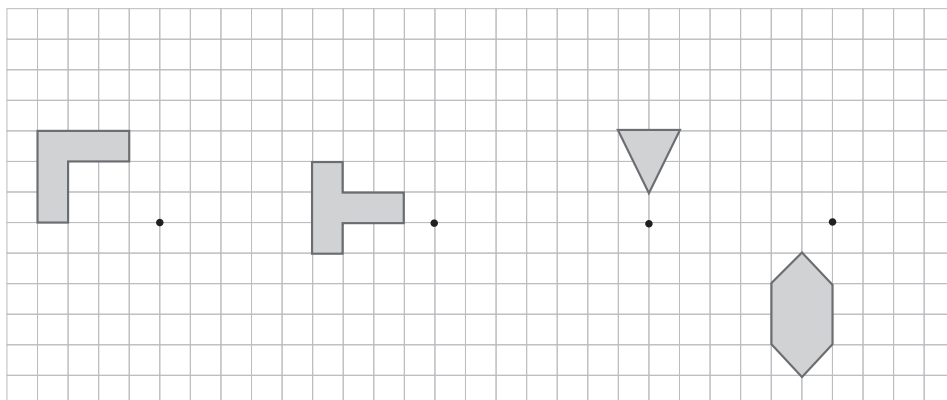
۱- قرینه شکل روبه‌رو نسبت به نقطه داده شده کدام یک از شکل‌های زیر است.



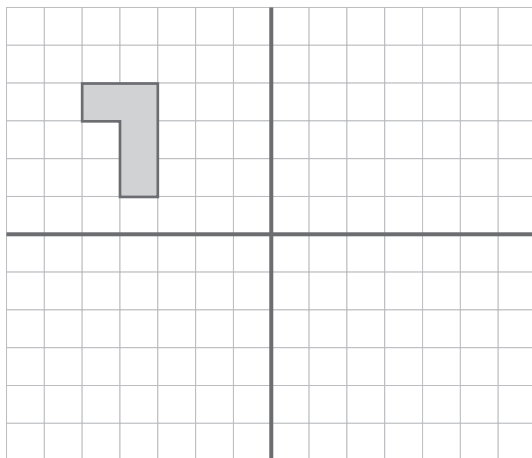
سعی کنید ابتدا قرینه هر شکل را تصور کنید و سپس قرینه شکل را با استفاده از دوران  $180^\circ$  درجه رسم کنید.



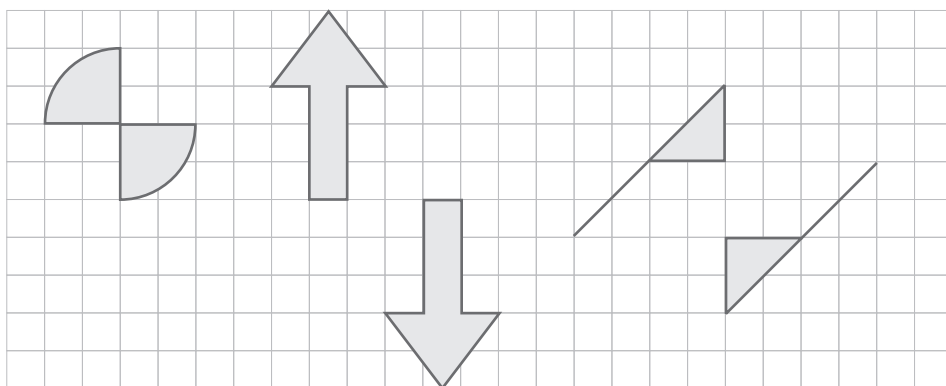
۲- شکل‌های زیر را حول مرکز تقارن،  $180^\circ$  درجه دوران دهید تا قرینه آنها نسبت به مرکز تقارن پیدا شوند.



۳- قرینه شکل (۱) نسبت به خط تقارن قرمز رنگ را پیدا کنید تا شکل (۲) به دست آید. سپس قرینه شکل (۲) نسبت به خط آبی را پیدا کنید تا شکل (۳) به دست آید. اگر قرینه شکل (۱) را نسبت به نقطه «آ» پیدا کنید چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ توضیح دهید.



۴- اگر هر شکل، به اندازه  $180^\circ$  درجه در جهت عقربه‌های ساعت چرخیده باشد، مرکز تقارن هر شکل را پیدا کنید.



### زاویه و نیمساز

#### اهداف

- ۱- مجموع زوایای مثلث =  $180^\circ$
  - ۲- درک مفهوم نیمساز و پیدا کردن آن با استفاده از نقاله
  - ۳- به کارگیری مفهوم نیمساز برای پیدا کردن زاویه مجهول در یک شکل هندسی
- نکته: استفاده از پرگار در این فصل توصیه نمی‌شود.
- ابزارهای مورد نیاز
- |          |                    |
|----------|--------------------|
| ۱- نقاله | ۲- خط کش           |
| ۳- گونیا | ۴- قیچی برای بریدن |

#### روش تدریس

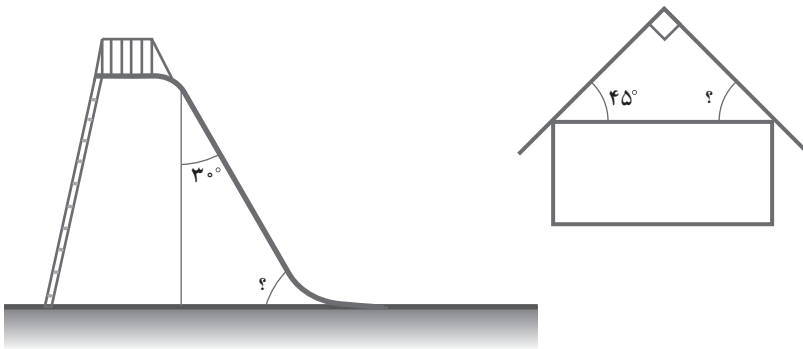
از آنجایی که دانش آموز با مفهوم زاویه و انواع آن آشنایی دارد، می‌توانید با یک تمرین یا یک مثال یا یک تصویر ساده همانند دکل‌های برق مفهوم زاویه را یادآوری کنید. سپس با فعالیت ۱ درس را شروع کنید. در این فعالیت دقت کنید که حتماً به روش گفته شده مجموع زوایای یک مثلث پیدا شوند و هرگز با استفاده از نقاله زاویه‌ها اندازه‌گیری نشوند، زیرا خطاهای احتمالی در اندازه‌گیری باعث می‌شود که نتیجه درست و منطقی که مجموع زوایای مثلث برابر با  $180^\circ$  است حاصل نشود. از آنجایی که دانش آموز می‌داند اندازه زاویه نیم صفحه  $180^\circ$  درجه است، با کنار هم قرار دادن مناسب گوشه‌های انواع مثلث‌های مختلف، یک زاویه نیم صفحه به دست می‌آورد و از این رو نتیجه مورد نظر به آسانی حاصل می‌شود.

نکته: در این مثال، دانش آموز بدون اندازه‌گیری و با یک اثبات نظری مسئله را حل می‌کند. تمرین‌های کار در کلاس بسیار ساده طراحی شده‌اند و هدف همه آنها تثبیت هدف فعالیت است.

در فعالیت ۲ برای اولین بار دانش‌آموزان با استفاده از نقاله نیمساز یک زاویه را اندازه‌گیری می‌کنند و در ادامه تمرین‌های این فعالیت از مفهوم نیمساز، برای اندازه‌گیری زاویه مجهول استفاده شده است. تمرین‌های کار در کلاس نیز در همین راستا طراحی شده‌اند. برای مثال‌های بیشتر می‌توانید از تمرین‌های زیر کمک بگیرید.

## کار در کلاس

۱- در شکل‌های زیر، اندازه زاویه داده شده را به‌دست آورید.



۲- در جاهای خالی سه عدد متوالی طوری قرار دهید که زاویه‌های یک مثلث باشند.

\_\_\_\_\_ و \_\_\_\_\_ و \_\_\_\_\_

۳- آیا مثلث می‌تواند دو زاویه راست داشته باشد؟ توضیح دهید.

۴- یک مثلث رسم کنید که همه زاویه‌های آن تند باشند.

۵- جاهای خالی را با نوشتن عددی مناسب پر کنید:

الف) نیمساز، یک زاویه..... درجه را به دو زاویه  $30^\circ$  درجه تقسیم می‌کند.

ب) ..... تقارن محوری ندارد ولی مرکز تقارن دارد.

زاویه یا گوشه یک مفهوم هندسی است که به ناحیه‌ای از صفحه گفته می‌شود که بین دو نیم خط که در یک نقطه مشترک اند قرار دارد و به نقطه مشترک این دو نیم خط، رأس گفته می‌شود. همان طور که می‌دانیم یک واحد اندازه‌گیری زاویه، درجه است. این مفهوم ترجمه انگلیسی angle است که خود از واژه لاتین angulus به معنی گوشه گرفته شده است. برای اندازه‌گیری زاویه از نقاله استفاده می‌شود. اگر دایره را به  $360^\circ$  قسمت مساوی تقسیم کنیم هر قسمت یک زاویه معادل یک درجه می‌سازد. از دیگر واحدهای اندازه‌گیری زاویه، رادیان است. یک رادیان معادل  $\frac{180^\circ}{\pi}$  درجه است. انواع زاویه عبارتند از:

زاویه تند: اندازه آن کمتر از  $90^\circ$  درجه است.

زاویه راست: اندازه آن برابر  $90^\circ$  درجه است.

زاویه باز: اندازه آن بیشتر از  $90^\circ$  و کمتر از  $180^\circ$  درجه است.

زاویه بازتاب: اندازه آن بیشتر از  $180^\circ$  درجه و کمتر از  $360^\circ$  درجه است.

زاویه کامل: اندازه آن برابر  $360^\circ$  درجه است.

منبع: ویکی پدیا

### چند ضلعی‌ها و مجموع زوایای آنها

#### اهداف

- ۱- مجموع زوایای یک چهارضلعی برابر با  $360^\circ$  درجه است.
- ۲- مرور ویژگی‌های چهارضلعی‌ها و ویژگی قطر و نیمساز در مربع، مستطیل، لوزی و متوازی‌الاضلاع
- ابزارهای مورد نیاز : ۱- خط‌کش ۲- گونیا

#### روش تدریس

از آنجایی که دانش‌آموزان با مفهوم چندضلعی‌ها آشنایی دارند، درس می‌تواند با یادآوری مفهوم چندضلعی شروع شود یا با یک کاربرد از آنها، مثلاً استفاده از چندضلعی‌ها در کاشی‌کاری. فعالیت ۱ برای یادآوری ویژگی‌های چهارضلعی‌هاست، مثل تعداد زاویه‌ها و انواع آنها، متوازی‌الاضلاع و تعداد زاویه‌های راست و .... البته با استفاده از مفاهیم بخش ۱، در سطر آخر جدول اطلاعاتی در مورد تعداد خط‌های تقارن آنها هم به دست می‌آید.

در قسمت دوم این فعالیت، دانش‌آموز با دو روش می‌تواند مجموع زوایای داخلی یک چهارضلعی را پیدا کند. روش اول شاخه مثلث است و در روش دوم با تبدیل یک چهارضلعی به دو مثلث می‌توان مجموع زوایا را پیدا کرد. یک تمرین خوب برای روش دوم محاسبه مجموع زوایای داخلی پنج ضلعی و شش ضلعی است که برای تمرین بیشتر پنج ضلعی توصیه می‌شود.

هدف فعالیت دوم این است که دانش‌آموز بداند در بعضی از چهارضلعی‌ها مثل متوازی‌الاضلاع، لوزی، مربع و مستطیل قطر‌ها همدیگر را نصف می‌کنند ولی در همه چهارضلعی‌ها این مطلب درست نیست. به عنوان مثال، در دوزنقه دلخواه در حالت کلی این قاعده برقرار نیست. در ادامه این فعالیت هدف این است که دانش‌آموز بداند در برخی از چهارضلعی‌ها مثل مربع و لوزی قطر‌ها نیمسازند ولی مثلاً در مستطیل این طور نیست. برای درک بهتر این قسمت پیشنهاد می‌شود، انواع چهارضلعی‌ها

ارائه شوند. سرانجام در قسمت آخر این فعالیت در مورد ارتباط قطر، خط تقارن در یک چهارضلعی بحث می‌شود. از آنجایی که در تمرین ۳، برای دوزنقه متساوی الساقین، مستطیل، لوزی و متوازی‌الاضلاع در مورد ارتباط نیمساز و خط تقارن سؤال پرسیده شده است. پیشنهاد می‌شود، تمرین زیر، به این فعالیت اضافه شود.

## فعالیت

۱- در کدام یک از شکل‌های زیر، قطرها روی خط تقارن شکل قرار دارند.



۲- در فعالیت بالا، آیا نیمسازها روی خط تقارن قرار دارند؟

۳- کدام یک از شکل‌های فعالیت ۱، مرکز تقارن دارند؟

۴- مثلی رسم کنید که دارای سه خط تقارن باشد.

۵- دوزنقه‌ای رسم کنید که دارای دو خط تقارن است. نام دیگر این چهارضلعی چیست؟

۶- مستطیلی که چهار خط تقارن دارد چه نام دارد؟

## بدهمی‌ها

معمولاً نتایجی که در مورد یک شکل هندسی به دست می‌آید، قابل تعمیم نیست. به عنوان مثال در مورد دوزنقه متساوی الساقین فعالیت ۴ در بالا مثلث متساوی‌الاضلاع سه خط تقارن دارد، در حالی که مثلث متساوی الساقین یک خط تقارن دارد و سایر مثلث‌ها فاقد خط تقارن هستند. بنابراین در این موارد از دانش‌آموزان بخواهید تا توضیح دهند که چرا نتیجه‌ای که به دست آمده است فقط در مورد این شکل خاص برقرار است. سپس از وی بخواهید تا نتایج حاصل را در صورت امکان در مورد سایر چندضلعی‌ها تعمیم دهند.

## توصیه‌های آموزشی

۱- در طرح سؤال‌های مربوطه سطح دانش‌آموزان در نظر گرفته شود و متناسب با سطح آنها مسئله و تمرین داده شود.

۲- برای درک بهتر مفاهیم، از اشیاء و اجسام طبیعی نیز استفاده کنید.

به عنوان مثال، در بخش مربوط به تقارن و چندضلعی‌ها حتماً از کاغذ و قیچی یا کاغذ شفاف استفاده شود.

۳- آموزگاران محترم به کتاب‌های ریاضی سال‌های اول تا چهارم احاطه کامل داشته باشند. مفهوم زاویه و انواع آن به خصوص سر کلاس چهارم به تفصیل آمده است و مفهوم خط تقارن در سال‌های دوم و سوم به اندازه کافی و مبسوط آمده است.

## تمرین‌هایی برای ارزشیابی

۱- جدول زیر را کامل کنید.

هفت ضلعی	شش ضلعی	پنج ضلعی	مربع	مثلث	چندضلعی
.....	.....	.....	۲	۱	تعداد مثلث‌ها در چندضلعی
.....	.....	۵	.....	۳	تعداد ضلع‌ها در چندضلعی

۲- یک مثلث رسم کنید و ویژگی‌های آن را بیان کنید.

۳- کدام یک از جملات زیر درست و کدام غلط است:  
الف) هر لوزی یک نوع مربع است.

ب) مستطیل یک نوع متوازی‌الاضلاع است.

ج) هر مربع یک مستطیل است ولی هر مستطیل یک مربع نیست.

۴- در کدام شکل‌ها، نیمساز، خط تقارن نیز هست؟

لوزی، مربع، دوزنقه، متوازی‌الاضلاع، مثلث متساوی‌الساقین

۵- در هریک از دسته اعداد زیر، زاویه‌های مربوط به یک چهارضلعی آمده است. نوع

چهارضلعی را مشخص کنید.

ب) ۶۰، ۱۲۰، ۹۰، ۹۰

الف) ۹۰، ۹۰، ۹۰، ۹۰

د) ۶۰، ۳۰، ۱۴۰، ۱۳۰

ج) ۶۰، ۶۰، ۱۲۰، ۱۲۰



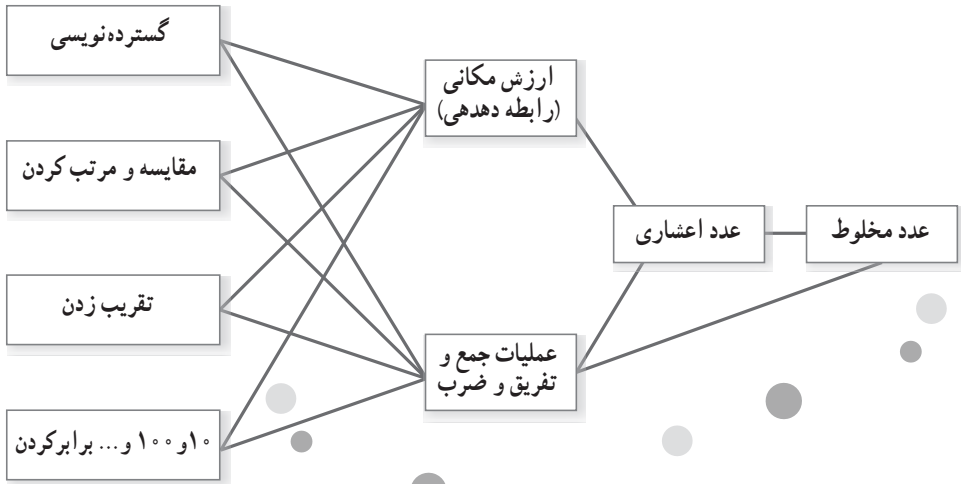
# اعداد اعشاری



## نگاه کلی به فصل

این فصل شامل ۴ درس است. آشنایی با اعداد اعشاری، جمع، تفریق و ضرب اعداد اعشاری دانش‌آموزان در کلاس چهارم با اعداد اعشاری تا مرتبهٔ دهم آشنا شده‌اند. در درس اول با یادآوری عدد مخلوط و اعشاری، شناخت آنها تا مرتبهٔ هزارم توسعه می‌یابد. در سه درس بعدی عملیات جمع و تفریق و ضرب اعداد اعشاری کار می‌شود. دانش‌آموزان ضمن آشنایی با طرق مختلف جمع و تفریق به ضرورت توجه به ارزش مکانی در عملیات واقف می‌شوند و در درس آخر با ضرب اعداد اعشاری درهم و ضرب اعداد اعشاری در ۱۰ و ۱۰۰ و ... آشنا می‌شوند. ارتباط اعداد اعشاری و زندگی با کاربرد آنها در واحدهای مختلف اندازه‌گیری مورد توجه واقع شده است.

## شبکه مفهومی



### تصویر عنوانی

آشنایی دانش‌آموزان با مفاخر ایران در ارتقا خودباوری و غرور ملی تأثیر بسزایی دارد. در این راستا غیاث‌الدین جمشید کاشانی به عنوان یکی از دانشمندانی که حدود ۶۰۰ سال پیش می‌زیسته و کسرهای دهگانی (اعشاری) را ابداع کرده معرفی شده است. همچنین یکی از موارد کاربرد اعداد اعشاری لزوم حساسیت در اندازه‌گیری‌هاست و این موضوع در مسابقات ورزشی نمود بیشتری پیدا می‌کند.

### دانستنی‌های معلم

تا پیش از اختراع عددهای اعشاری، هر واحد را به شصت قسمت برابر تقسیم می‌کردند و در صورت لزوم، هریک از آنها را نیز به شصت قسمت کوچک‌تر تقسیم می‌کردند و همین‌طور ادامه می‌دادند. مانند تقسیم هر ساعت به شصت دقیقه و هر دقیقه به شصت ثانیه. انجام محاسبات با این

عددها کار بسیار مشکلی بود؛ اما حدود ۶۰۰ سال پیش یک دانشمند این مشکل را برای همیشه حل کرد. او هر واحد را به جای تقسیم به شصت به ده تقسیم کرد. این ریاضیدان اولین بار از عدد اعشاری اختراعی خود، برای نوشتن عدد پی استفاده کرد. او عدد پی را به کمک ۸۵۰۳۶۰۳۶۸ ضلعی منتظم تا هفده رقم اعشار محاسبه کرد. تا دویست سال پیش، اعداد اعشاری را به صورت‌های مختلفی می‌نوشتند. برای مثال، عدد ۴/۷۵ را به صورت‌هایی که در جدول می‌بینید، می‌نوشتند.

۴/۷۵	۴,۷۵	۴⊙۷①۵②	۴.۷۵
۴ ۷۵	۴,۷'۵"	۴,⊙۷,①,۵,②	۴(۷۵)
۴°: ۷'۵"	$\frac{۴}{۷'۵"}$	۴ ۷۵...②	۴ ۷۵

در حال حاضر نیز کشورهای گوناگون برای نوشتن عددهای اعشاری از روش‌های متنوعی استفاده می‌کنند.

ایران	امریکا	انگلستان	اروپا
۴/۷۵	4.75	4°75	4 <sub>75</sub> یا 75,4

مخترع عددهای اعشاری ریاضیدان و ستاره‌شناس برجسته ایرانی «غیاث‌الدین جمشید کاشانی» است.

## توسعه مفاهیم

در هریک از مراحل آموزش دهم، صدم و هزارم تأکید بر ارتباط کسر و عدد مخلوط با اعداد اعشاری که منجر به ساختن یک ایده هماهنگ از اعداد خواهد شد. جمع و تفریق اعداد اعشاری نیز با استفاده از ابزار، کشیدن شکل و نشان دادن عملیات روی محور به تفهیم بهتر کمک خواهد کرد.

دانش‌آموزان باید با روش‌های مختلف جمع و تفریق به این درک کلی برسند که مرتبه‌های یکسان را باهم جمع کنند و انتقال به مرتبه دیگر را تجربه و تمرین کنند و در درس، ضرب همانند ضرب کسرها می‌توان ضرب اعداد اعشاری را روی مساحت نشان داد.

## استفاده از ابزار تکنولوژی

علاوه بر استفاده از نوارهای کسری و صفحات اعشاری برای ساختن اعداد اعشاری و ارتباط آن با اعداد کسری از ماشین حساب در درس ضرب می‌توان بهره گرفت.

سایت : [www.nrich.maths.org](http://www.nrich.maths.org)

[www.mathsisfun.com](http://www.mathsisfun.com)

### معرفی منابع

– کمک به کودکان در یادگیری ریاضیات، رابرت. ای. ریس، مرلین. ن. سایدام، موی موتگوموی لیندکوئیست. ترجمه: مسعود نوروزیان، ۱۳۹۱، انتشارات مدرسه، چاپ ششم.

– آموزش ریاضیات در دبستان، روبین یورگنسن، شلی دال، ترجمه دکتر امیرحسین آشنا، ۱۳۹۳، بینش نو، ویرایش دوم.

– ریاضیات برای معلمان (نسخه مدرس)، گروهی از نویسندگان به سرپرستی جی. ال. مارتین، ترجمه شهرناز بخشعلی‌زاده، ۱۳۸۹، مؤسسه فرهنگی برهان (انتشارات مدرسه).

– Musser, G. L., Burger, W. F., & Peterson, B. E. (۲۰۱۴).

Mathematics for Elementary Teachers; a contemporary approach. USA:

Courier kendallville.

### نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

۱- عدد ۸۵۶/۰۹۴ را به حروف بنویسید.

گسترده این عدد را بنویسید.

رقم صدم و رقم صدگان آن را بنویسید.

رقم صدم ..... رقم صدگان .....

ارزش کدام رقم در این عدد از همه کمتر است؟

حداقل چقدر به این عدد اضافه کنیم تا رقم دهم آن تغییر کند.

۲- در هر قسمت مشخص کنید  $۱۰\%۸۷$  بین کدام دو عدد است و دور عددی که به آن نزدیک تر است، خط بکشید.

الف)  $۱۰$  و  $۱۱$        $۱۰۰$  و  $۱۰۱$        $۱$  و  $۲$

ب)  $۱۰\%۷$  و  $۱۰\%۸$        $۱۰\%۲$  و  $۱۰\%۱$        $۱۰\%۱$  و  $۱۰\%۰$

ج)  $۱۰\%۰۹$  و  $۱۰\%۱$        $۱۰\%۰۹$  و  $۱۰\%۰۸$        $۱۰۰\%۸۸$  و  $۱۰۰\%۸۷$

۳- جای تقریبی عدد  $۲/۸۴$  را روی محور زیر مشخص کنید. پیکان زیر چه عددی را نشان می دهد؟



۴- جاهای خالی را کامل کنید.

$۳/۵۶$  یعنی ..... تا یکی و ..... تا دهم و ..... تا صدم.

یا  $۳/۵۶$  یعنی ..... تا یکی و ..... تا صدم.

۵- مقایسه کنید.

$\frac{1}{5} \bigcirc ۰\%۵$        $۰\%۱۰۰ \bigcirc$  یک صدم       $۰\%۶۷ \bigcirc ۰\%۶۷۷$   
 $۰\%۴۹ \bigcirc ۰\%۴۹$        $۸/۳ \bigcirc ۸/۱۲۵$        $۱۲/۱۹ \bigcirc ۱۲\%۹۴$

۶- در جای مناسب اعداد زیر، علامت ممیز بگذارید.

عرض کمد اتاق  $۱۶۷$  متر است.

جرم یکی از پرتقال های ظرف میوه  $۴۶۸$  کیلوگرم است.

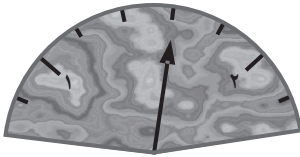
۷- اعداد زیر را به ترتیب از کوچک به بزرگ و از چپ به راست مرتب کنید.

$۵/۲$  -  $۵\%۰۷$  -  $۵\%۰۱۸$  -  $۵\frac{۹}{۱۰}$  -  $۵\%۰۷$  - پنجاه و هفت صدم

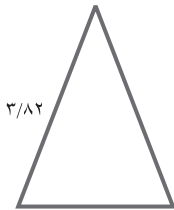
۸- جمع و تفریق کنید.

$$\begin{array}{r} ۱۳/۹ \\ + ۵/۷ \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} ۵/۸ \\ - ۲/۲۶ \\ \hline \end{array}$$

۹- در صفحه مدرج روبه‌رو، عقربه چه عدد اعشاری را نشان می‌دهد؟



۱۰- اگر محیط این مثلث متساوی‌الساقین  $\frac{9}{3}$  سانتی متر باشد اندازه قاعده چند سانتی متر است؟



۱۱- عرض فرش  $\frac{2}{95}$  متر و طول آن  $\frac{3}{76}$  متر است. سطح این فرش چند مترمربع است؟ اگر این فرش را در اتاقی به طول و عرض  $\frac{4}{5}$  و  $\frac{3}{2}$  متر بیندازیم چه سطحی از اتاق بدون فرش می‌ماند؟

۱۲- در جای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$1000 \times \frac{4}{39} = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots \times \frac{356}{10} = \frac{35}{6}$$

$$200 \times \frac{14}{75} = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots \times 100 = \frac{19}{8}$$

### چک‌لیست ارزشیابی

- ۱- عددهای اعشاری تا مرتبه هزارم را می‌خواند و می‌نویسد.
- ۲- رابطه بین مرتبه‌ها اعم از اعشاری و غیراعشاری را درک می‌کند.
- ۳- گسترده عدد اعشاری را می‌نویسد.
- ۴- عددهای اعشاری را با حذف ارقام اعشاری تقریب می‌زند.
- ۵- عددهای اعشاری را باهم مقایسه می‌کند.
- ۶- جای اعداد اعشاری را روی محور تشخیص می‌دهد.
- ۷- از اعداد اعشاری برای بیان واحدهای مختلف اندازه‌گیری استفاده می‌کند.
- ۸- جمع، تفریق و ضرب اعداد اعشاری را انجام می‌دهد.
- ۹- حاصل ضرب‌هایی مثل  $\frac{3}{4} \times 100$  را بدون انجام ضرب می‌نویسد.
- ۱۰- الگوهای عددهای اعشاری را ادامه می‌دهد.
- ۱۱- مسئله‌های مربوطه را حل می‌کند.

### عددهای اعشاری

#### اهداف

- ۱- خواندن و نوشتن عددهای اعشاری تا مرتبه هزارم
  - ۲- درک روابط بین ارزش رقم‌های مختلف به خصوص از دهم به یکی
  - ۳- نوشتن گسترده عدد
  - ۴- پیدا کردن عدد تقریبی مربوط به اعشار
  - ۵- مقایسه و مرتب کردن عددها
  - ۶- مرتبط کردن اعداد اعشاری و کسری و عدد مخلوط
- ابزارهای مورد نیاز:
- ۱- نوارهای کسری
  - ۲- شکل‌های مختلف مثل واحد لیتر و مربع‌های شطرنجی

#### روش تدریس

این درس ابتدا با یادآوری عدد مخلوط و عدد اعشاری تا مرتبه دهم که در کلاس چهارم بوده وارد مبحث اعداد اعشاری شده و کسر را به اعشار ارتباط می‌دهد. در واقع عدد اعشاری همان کسر، عدد مخلوط است با این فرق که در کسر مخرج، هر عددی می‌تواند باشد ولی در عدد اعشاری مخرج  $10^0$  یا توان‌هایی از  $10$  است و به همین دلیل آن را در جدول ارزش مکانی دهدهی می‌توانیم نشان دهیم. در اندازه‌گیری کمیت‌های مختلف مثل طول و سطح و حجم و گنجایش و جرم و ... بعضی مواقع می‌خواهیم اندازه‌ای را با واحدی مشخص بیان کنیم. مثلاً اندازه قد یک فرد با واحد سانتی‌متر  $172$  سانتی‌متر و با واحد متر  $1/72$  متر و  $25^0$  سی‌سی در واحد لیتر  $25/100$  لیتر بیان می‌شود. در این

مواقع نیاز به نمایش اعشاری اعداد داریم. در فعالیت‌های درس سعی شده از اندازه‌ها در کمیت‌های مختلف به عنوان نمونه استفاده شود و حساسیت‌های اندازه‌گیری و بیان دقیق اندازه‌ها با استفاده از اعداد اعشاری به کار رود.

## حل بعضی از تمرین‌ها

تمرین ۲ به درک بزرگی و کوچکی اعداد و محدوده آنها روی محور اعداد و پیوستگی اعداد اعشاری و کسری و ... کمک می‌کند.

در تمرین ۳ قسمت آخر دانش‌آموزان باید عددی بنویسند که از  $\frac{61}{100}$  بزرگ‌تر و از  $\frac{62}{100}$  کوچک‌تر باشد. می‌دانیم که بین هر دو عدد بی‌شمار عدد دیگر می‌توان پیدا کرد. مثلاً:

$$\frac{62}{100} > \dots > \frac{614}{100} > \frac{613}{100} > \frac{612}{100} > \frac{611}{100} > \frac{61}{100}$$

تمرین ۴ و ۵ کاربرد اعداد اعشاری در زندگی روزمره است. مثال‌های مشابهی در کلاس بیان کنید و آنها را عملاً اندازه بگیرید. عرض پاک‌کن  $\frac{3}{6}$  سانتی‌متر – ارتفاع اتاق  $\frac{3}{4}$  متر – دمای بدن  $\frac{39}{4}$  درجه –  $\frac{25}{100}$  لیتر آب در لیوان – فاصله  $\frac{3}{75}$  کیلومتر یا  $\frac{37}{5}$  کیلومتر (که البته برای دانش‌آموزانی که به شهر دیگر برای تحصیل می‌روند و یا  $\frac{375}{100}$  کیلومتر برای دانش‌آموزانی که مدرسه و منزلشان به هم نزدیک است) –  $\frac{29}{5}$  لیتر بنزین.

## توصیه‌های آموزشی

۱- هر مرتبه ده برابر مرتبه کوچک‌تر از خود و یک دهم مرتبه بزرگ‌تر از خود است. لازم است دانش‌آموزان با روش‌های مختلف این موضوع را درک کنند. محور، نمایش با شکل و یا با استفاده از کوئیزر به این درک کمک خواهد کرد.

۲- بین هر دو عدد را می‌توان به  $10^{\circ}$  قسمت تقسیم کرد و یک مرتبه در جدول ارزش مکانی برای بیان آن ساخت. این موضوع در محوری که باز شده بهتر مشاهده می‌شود، نمایش متحرک آن که در سایت mathsisfun قسمت اعداد اعشاری (decimal number) است را می‌توانید استفاده کنید.

۳- صفر جلوی اعداد اعشاری در اندازه عدد تغییری ایجاد نمی‌کند. لذا  $\frac{3}{100}$  و  $\frac{30}{100}$  و  $\frac{300}{100}$  برابر است. تبدیل عدد اعشاری به کسر و استفاده از کسرهای مساوی در تفهیم این مطلب کمک می‌کند. ادامه دادن عددها با الگو که در کتاب آمده در این راستا طراحی شده است.

۴- گسترده نویسی عدد در درک جای عدد روی محور و پیدا کردن مقدار تقریبی عدد و جمع



و تفریق مؤثر است. با انجام مسابقه و فعالیت‌های عملی این موضوع را بسط دهید.  
از کارت‌های رنگی مخصوص هر مرتبه و ساختن اعداد با کارت و وسایل مشابه می‌توانید استفاده کنید.

۵- در مواردی مثل  $\frac{0}{25}$  و  $\frac{20}{05}$  که خواندن یکسانی دارند از اصطلاح بیست واحد و پنج صدم برای  $\frac{20}{05}$  استفاده کنید.

### بدهمی‌های رایج

گاهی دانش‌آموزان فکر می‌کنند عدد اعشاری عدد نیست و آنها را جزو اعداد دیگر به حساب نمی‌آورند. ارتباط اعداد اعشاری و کسری و عدد مخلوط و عدد معمولی (به رقم و به حروف) و نمایش همه با هم روی محور و مقایسه همه نوع از این اعداد باهم در پیوستگی این فهم کمک می‌کند.  
گاهی فکر می‌کنند قسمت اعشار عدد و قسمت صحیح از هم جداست. اگر ارتباط مرتبه‌های اعداد در جدول ارزش مکانی مخصوص ارتباط مرتبه دهم و مرتبه یکی خوب برقرار شده باشد کمتر دچار این مشکل خواهند شد. با استفاده از شکل و کوئیزر و ادامه دادن اعداد روی این موضوع تمرین کنید.

گاهی هرچه ارقام عدد بیشتر باشد فکر می‌کنند عدد بزرگ‌تر است و به مرتبه عدد توجه ندارند مثل :

$$\frac{3}{7} < \frac{3}{698}$$

ابتدا از دانش‌آموزان بخواهید اعداد را در جدول ارزش مکانی بگذارند و بعد مقایسه کنند. می‌توانند به جای رقم‌های صدم و هزارم در عددی مثل  $\frac{3}{7}$  رقم صفر قرار بدهند تا متوجه مقدار عدد بشوند. کم‌کم بدون جدول این کار را انجام دهند.

گاهی دانش‌آموز متوجه نیست که تمام اعدادی که فقط ارقام اعشاری دارند مثل  $\frac{375}{0}$  از صفر بزرگ‌تر و از یک کوچک‌ترند و روی محور جایی بین صفر و یک قرار خواهند گرفت و فکر می‌کنند این عدد خیلی بزرگ است.

مثال‌هایی از اشتباه‌های دیگر :

$$\begin{array}{lll} \frac{1}{v} = \frac{0}{7} & 0/100 = \text{یک صدم} & 4/63 = 4/63 \\ \frac{1}{35} = 1/35 & 0/54 = 0/544 & 0/23 = 0/23 = 23 \\ 4/8 < 4/63 & 4/85 > 4/63 & 4/630 > 4/63 \end{array}$$

## جمع عددهای اعشاری

### اهداف

- ۱- جمع کردن اعداد اعشاری تا مرتبه هزارم
  - ۲- توجه به جمع کردن اعداد هم مرتبه با هم
  - ۳- آشنایی با روش های مختلف جمع کردن (فقط در حد آشنایی)
  - ۴- تقریب زدن قبل از محاسبه و مقایسه حاصل تقریبی و دقیق برای مطمئن شدن از حاصل دقیق
  - ۵- استفاده از مهارت جمع کردن در حل مسائل روزمره
- ابزار مورد نیاز : واحدهای مختلف مثل مربع های شطرنجی

### روش تدریس

این فعالیت با پرداختن به مسائلی که جمع، راه حل آنهاست و حل کردن مسئله به روش های مختلف به انواع بازنمایی عملیات جمع می پردازد، جمع کردن روی محور و یک واحد، یک واحد به عدد قبلی اضافه کردن، گسترده دیدن عدد دومی و ...

**مسئله اول :** جمع کردن روی محور، عدد اولی را می سازیم (روی محور جلو می رویم). گسترده عدد دومی را در نظر داریم و ابتدا یک واحد یک واحد روی محور جلو می رویم و بعد به اندازه رقم مرتبه کوچک تر جلو می رویم به هر جا رسیدیم، حاصل است.

**مسئله دومی :** عدد اولی را داریم، گسترده عدد دومی را در نظر می گیریم. از مرتبه های کوچک تر شروع می کنیم و به عدد اولی اضافه می کنیم و به حاصل مرتبه بعدی و بعدی را اضافه می کنیم.

**مسئله سومی :** عدد اولی را داریم گسترده عدد دوم را در نظر می گیریم، این بار برعکس دفعه پیش از مرتبه های بزرگ تر به عدد اولی اضافه می کنیم و مرتبه به مرتبه جلو می رویم. روش اخیر این مزیت را دارد که در مواردی که می خواهیم حدود جواب را بدانیم با یک عملیات به حاصل جمع واقعی نزدیک تر می شویم. در نهایت همه اعداد را در جدول ارزش مکانی می نویسیم و از مرتبه کوچک تر همه را با هم جمع می کنیم.

هدف از این فعالیت این نیست که دانش آموز به تمام روش های مطرح شده تسلط پیدا کند، بلکه با انواع روش ها فقط آشنا شود و در خلال آن به لزوم جمع و یا تفریق کردن اعداد هم مرتبه با هم و در صورت لزوم انتقال به مرتبه بعدی برسد.

در کار در کلاس دانش آموزان باید به جدول ارزش مکانی تسلط داشته باشند و خودشان اعداد را در جدول و سپس بدون جدول حل کنند یکی از اهداف ضمنی طرح مسئله های مرتبط به بنزین در این درس ها، ایجاد نگرش استفاده از وسایل حمل و نقل عمومی و صرفه جویی در مصرف بنزین است که خود مزایای متعددی دارد.

### حل بعضی از تمرین ها

در تمرین ۲ علاوه بر مهارت جمع کردن، پیدا کردن حدود جواب مدنظر قرار گرفته، با توجه به اینکه  $1/99$  به  $2$  خیلی نزدیک است حاصل تقریباً  $2 \times 4 = 8$  واحد به عدد اول اضافه می شود. تمرین ۴ را می توان بسط داد و بازی های مشابه در کلاس انجام داد :

$$\begin{array}{r} \text{بزرگ ترین عدد} \rightarrow 8/769 \\ \text{کوچک ترین عدد} \rightarrow + 2/341 \\ \hline 11/110 \end{array}$$

یکی از توانمندی های دانش آموزان خواندن اعداد در وسایل مدرج است که در تمرین آخر به آن پرداخته شده، خوب است دانش آموزان با واحدهای مختلف و اندازه های مختلف تمرین های مشابهی در این زمینه انجام دهند.



## توصیه‌های آموزشی

با مثال‌های متنوع انتقال از دهم به یکی را تمرین کنید و سپس انتقال از صدم به دهم و از هزارم به صدم. دانش‌آموزان می‌توانند با رنگ کردن و با ابزارهایی مثل کوئیزنر این کار را عملاً تجربه کنند. جمع ذهنی را تمرین کنید. خوب است هر دانش‌آموز مسیر فکری خود را برای جمع کردن در کلاس بیان کند.

در مواقعی که اعداد، مرتبه صدم و یا هزارم ندارند و با اعدادی که این مرتبه‌ها را دارند جمع می‌شوند، توجه شود که دانش‌آموزان اعداد هم‌مرتبه را با هم جمع کنند و برای راحتی کار می‌توانند در رقم صدم و یا هزارم دسته اول صفر بگذارند.

قبل از جمع کردن، حدود اعداد را با حذف ارقام اعشاری پیدا کنند و حاصل تقریبی را به دست آورند که اگر در جاگذاری رقم‌ها در مرتبه‌ها اشتباه کردند به این وسیله متوجه شوند. خوب است از دانش‌آموزان پرسیده شود که  $11/91$  به  $11$  نزدیک‌تر است یا  $12$  و در نتیجه  $12$  تقریب بهتری خواهد بود.

## بdfهمی‌های رایج

یکی از بdfهمی‌ها عدم انتقال حاصل جمع دهم‌ها به یکان است.

$$\begin{array}{r} 5/8 \\ +1/5 \\ \hline 6/13 \end{array}$$

اگر دانش‌آموز مرتبه‌های اعشاری را جدا از مرتبه‌های دیگر ببیند این مشکل به وجود می‌آید. تأکید ارتباط این مرتبه‌ها در حل این مشکل کمک می‌کند. کارهای عملی و محاسبات ذهنی می‌تواند در رفع آن مؤثر باشد.

گاهی هم دانش‌آموزان ارقام اعداد را در جای درست قرار نمی‌دهند و هنگام جمع بدون توجه به مرتبه‌ها جمع می‌کنند.

از آنها بخواهید ابتدا اعداد را زیر هم و در جدول ارزش مکانی جمع کنند تا کم‌کم مشکل رفع گردد.

$$9/32 + 4/6 = 9/78$$

### تفریق اعشار

#### اهداف

- ۱- تفریق اعداد اعشاری تا مرتبه هزارم
  - ۲- توجه به مرتبه‌های اعداد هنگام تفریق
  - ۳- آشنایی با روش‌های مختلف تفریق
  - ۴- تقریب زدن قبل از محاسبه و مقایسه حاصل تقریبی و دقیق برای مطمئن شدن از حاصل دقیق
  - ۵- استفاده از مهارت تفریق در حل مسائل روزمره
- ابزار مورد نیاز : واحدهای مربع شطرنجی و امثال آن

#### روش تدریس

مشابه درس جمع دانش‌آموزان با روش‌های مختلف تفریق آشنا می‌شوند. لازم نیست دانش‌آموزان به همه این روش‌ها تسلط پیدا کنند و در نهایت به یک روش مسلط شوند و عملیات جمع یا تفریق را به درستی و سریع انجام دهند، کافی است. در خلال روش‌های مختلف جمع و تفریق ضمن آشنا شدن با راه‌های متفاوت آنها هم می‌توانند روشی را خود ابداع کنند و درستی آن را امتحان کنند. خوب است دانش‌آموزان تشویق شوند که مسیر فکری خود را برای خود و دیگران بیان کنند تا هم خودشان متوجه فکرهای خود شوند و هم دیگران از فکرهای متفاوت از خودشان و راه‌های دیگر باخبر شوند. در ضمن در اکثر مواقعی که دانش‌آموزان دچار مشکل هستند وقتی معلم آنها را هدایت می‌کند که فکرهای خود را بلند بیان کنند مشکل‌شان خود به خود حل می‌شود. و در مواردی هم که حل نمی‌شود معلم متوجه گره کار می‌شود.

در انواع روش‌های مختلف تأکید بر جمع و تفریق ارقام هم مرتبه ضروری است.

## حل بعضی از تمرین‌ها

در تمرین آخر تمام زمان اعضای گروه‌ها که واحد ثانیه دارند را جداگانه جمع و اختلاف این دو زمان را پیدا می‌کنیم. (در اندازه‌گیری زمان مسابقات معمولاً تا صدم ثانیه را هم حساب می‌کنند.)

$$\text{ثانیه } ۵۷/۷۵ = ۲۰/۰۳ + ۱۱/۰۱۸ + ۱۴/۰۹ + ۱۲/۴۵ \text{ گروه تلاش}$$

$$\text{ثانیه } ۵۶/۲۳ = ۱۸/۵ + ۱۲/۳۶ + ۱۰/۲ + ۱۵/۱۷ \text{ گروه امید}$$

$$\text{اختلاف زمان ثانیه } ۱/۵۲ = ۵۷/۷۵ - ۵۶/۲۳$$

## توصیه‌های آموزشی

- از دانش‌آموزان بخواهید مسیر فکری خود را هنگام تفریق بیان کنند.
- تا جایی که ممکن است مهارت محاسبات ذهنی آنها را تقویت کنید و با بازی و مسابقه روی سرعت محاسبات کار کنید.
- دانش‌آموزان می‌توانند از جدول ارزش مکانی برای عملیات استفاده کنند. ولی در نهایت باید بتوانند بدون جدول هم محاسبه کنند.
- از دانش‌آموزان بخواهید در گروه‌های خود روشی جدید برای عملیات جمع یا تفریق ابداع کنند و درستی آن را امتحان کنند.
- اگر دانش‌آموزان گسترده عدد را در ذهن داشته باشند عملیات را راحت‌تر انجام خواهند داد.
- روی آخرین سؤال کار در کلاس وقت بگذارید و پاسخ‌های متفاوت از دانش‌آموزان بخواهید.
- این موضوع درک بی‌شمار بودن و این که اعداد اعشاری که فقط رقم اعشاری دارند بین صفر و یک هستند را توسعه می‌بخشد.

## بdfهمی‌های رایج

- ممکن است دانش‌آموزان مرتبه‌ها را در عملیات در نظر نگیرند. اگر قبل از محاسبه حدود جواب را حدس بزنند در پیشگیری از محاسبات غلط مؤثر خواهد بود.
- در مواقعی که رقم‌های اعشاری عدد دوم از عدد اولی بیشتر است، دانش‌آموزان می‌توانند به جای رقم‌های صدم و یا هزارم صفر بگذارند و سپس عملیات را انجام دهند:

$$\begin{array}{r} ۲/۳ \\ -۱/۶۷ \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} ۱۲/۱۰ \\ ۲/۳ \\ -۱/۶۷ \\ \hline ۰/۶۳ \end{array}$$

### ضرب اعشار

#### اهداف

- ۱- ضرب اعداد اعشاری تا مرتبه هزارم
  - ۲- تسلط بر قانون ضرب اعدادی مثل ۱۰ و ۱۰۰ و... در اعداد اعشاری
  - ۳- ارتباط اعداد کسری و اعشاری
  - ۴- تقریب زدن حدود حاصل ضرب
  - ۵- به کارگیری مهارت ضرب در حل مسائل مربوطه
- ابزار مورد نیاز : ماشین حساب

#### روش تدریس

در این درس دانش آموزان با استفاده از جمع و ارتباط آن با ضرب پاسخ سؤالات را به دست می آورند و به روش استقرایی با توجه به رقم های اعشاری عامل های ضرب و رقم های اعشاری حاصل ضرب به قانون آن پی می برند و سپس اعداد اعشاری را به کسر تبدیل و حاصل ضرب را به دست می آورند و با تبدیل دوباره آن به اعداد اعشاری صحت قاعده ای که در قسمت قبل به دست آوردند را تجربه می کنند.

در فعالیت بعدی یکی از عامل های ضرب اعداد صفردار مثل ۱۰ و ۱۰۰ و ۲۰۰ و... هستند که در اعداد اعشاری ضرب می شوند. دانش آموزان حاصل این ضرب ها را با ماشین حساب پیدا می کنند و به روش استقرایی متوجه تأثیر صفرعامل های ضرب در جای ممیز حاصل ضرب می شوند. بعد از این قانون استفاده می کنند و ضرب های دیگر را انجام می دهند.

تمرین ۴ به این هدف طراحی شده که دانش‌آموزان موضوع زیر را فقط ببینند.  
— هر عدد را در عددی کوچک‌تر از یک ضرب کنیم حاصل از عدد اول کوچک‌تر می‌شود.

$$b < 1$$

$$a \cdot b = ab \quad ab < a$$

$$\text{مثال: } 0/3 < 1$$

$$5 \times 0/3 = 1/5 \quad 1/5 < 5$$

$$\text{مثال دیگر: } \frac{2}{3} < 1$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$$

— هر عدد را در عددی بزرگ‌تر از یک ضرب کنیم حاصل از عدد اول بزرگ‌تر می‌شود.

$$b > 1$$

$$a \cdot b = ab \quad ab > a$$

$$\text{مثال: } 1/5 > 1$$

$$5 \times 1/5 = 7/5 \quad 7/5 > 5$$

$$\text{مثال دیگر: } \frac{4}{3} > 1$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \quad \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$$

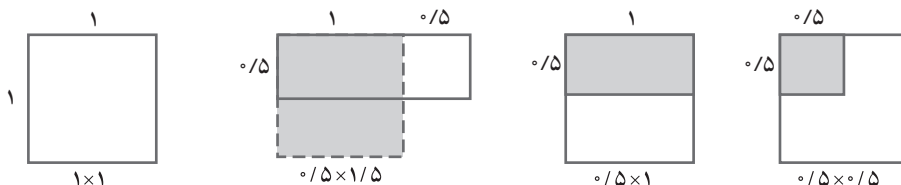
— و بدیهی است که اگر عددی را در یک ضرب کنیم نه کوچک می‌شود و نه بزرگ و خود همان عدد می‌شود.

$$5 \times 1 = 5$$

دانش‌آموزان معمولاً این تصور را دارند که اگر عددی را در عددی ضرب کنیم حاصل بزرگ‌تر می‌شود و نمی‌توانند بپذیرند که ضرب می‌تواند باعث کوچک شدن عدد هم بشود. آنها معمولاً از ضرب مفهوم چند برابر شدن را درک می‌کنند.



با استفاده از نشان دادن ضرب روی مساحت به درک درست از ضرب می‌توانیم کمک کنیم.  
از دانش‌آموزان بخواهید ابتدا سطح  $۱ \times ۱$  را بکشند و سپس ضرب‌های زیر را به ترتیب روی شکل نشان دهند.  
و از آنها بخواهید در مورد تأثیر عامل ضرب در حاصل ضرب فکر کنند.



در تمرین ۷ در واقع اعداد بسیاری می‌توان پیدا کرد که حاصل ضرب  $۰/۳۶$  داشته باشند.  
این سؤال علاوه بر تمرین روی عامل‌های ضرب و جای ممیز در حاصل ضرب و تأثیر عامل‌های صفردار روی حاصل ضرب به هدف داشتن تصور درستی از  $۰/۳۶$  مترمربع طراحی شده است. برای این کار اندازه‌های عامل‌های ضرب با تأکید بر واحد هر کدام باید مشخص شوند مثلاً:

$$۰/۳۶ \text{ مترمربع} = ۰/۶ \text{ متر} \times ۰/۶ \text{ متر}$$

یعنی مربعی به ضلع  $۰/۶$  سانتی‌متر که می‌تواند سطح یک میز یک نفره باشد

$$۰/۳۶ = ۰/۰۶ \text{ متر} \times ۰/۰۶ \text{ متر}$$

این اندازه هم می‌تواند درست باشد ولی باید چیزی پیدا کنیم که عرض  $۰/۰۶$  سانتی‌متر و طول  $۰/۰۶$  متر داشته باشد.

و این باید چیزی به عرض  $۰/۰۴$  میلی‌متر و طول  $۰/۰۹$  متر باشد!

$$۰/۰۴ \times ۰/۰۹ = ۰/۰۰۳۶$$

وقتی از دانش‌آموزان بخواهیم برای اندازه‌هایی که انتخاب کردند یک مثال واقعی بزنند این فرصت را به آنها می‌دهیم تا در مورد اندازه‌های واقعی و ارتباط آن با اعداد فکر کنند و کم‌کم تخمین بهتری از اندازه‌ها داشته باشند.

پس از آموزش درس حجم می‌توانید با سؤالاتی مشابه، دانش‌آموزان را به این نکته متوجه کنید که برای حجم حتماً باید سه تا عدد داشته باشیم و آنها لازم است ۳ تا اندازه طولی را تخمین بزنند که حاصل ضربی مثلاً برابر  $۰/۰۰۳۶$  متر مکعب داشته باشد.

در تمرین ۸ :

مثال :

$$0/2 \times 2 = 0/4$$

$$3/6 \times 2 = 7/2$$

$$0/1 \times 4 = 0/4$$

$$0/36 \times 20 = 7/2$$

$$0/001 \times 400 = 0/4$$

$$0/9 \times 8 = 7/2$$

## توصیه‌های آموزشی

– قبل از شروع درس، ارتباط جمع و ضرب را یادآوری کنید. همچنین دانش‌آموزان به کلمه‌های عامل ضرب و حاصل ضرب کاملاً واقف باشند.

– می‌توانید از ماشین حساب کمک بگیرید و مثال‌های متفاوتی از ضرب عددهای اعشاری کار کنید. خودتان را به حاصل ضرب‌هایی محدود نکنید که فقط تا مرتبه هزارم دارند. سعی کنید تعداد رقم‌های اعشاری عامل‌های ضرب را هر بار تغییر دهید.

توجه دانش‌آموزان را به ارتباط تعداد رقم‌های اعشاری حاصل ضرب و تعداد رقم‌های اعشاری عامل‌های ضرب جلب کنید.

$$\text{مثال } \underbrace{2/37}_{\text{رقم ۲}} \times \underbrace{0/2}_{\text{رقم ۱}} = \underbrace{0/474}_{\text{رقم ۳}}$$

$$\underbrace{237}_{\text{رقم ۰}} \times \underbrace{0/002}_{\text{رقم ۳}} = \underbrace{0/474}_{\text{رقم ۳}}$$

$$\underbrace{23/7}_{\text{رقم ۱}} \times \underbrace{0/02}_{\text{رقم ۲}} = \underbrace{0/474}_{\text{رقم ۳}}$$

– از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌هایی که کار کردید را به کسر تبدیل کنند و حاصل کسری را دوباره به اعشار تبدیل کنند. و از آنها در مورد تعداد رقم‌های اعشاری حاصل ضرب و عامل‌های ضرب سؤال کنید.

$$2 \frac{37}{100} = \frac{237}{100}$$

$$\frac{237}{100} \times \frac{2}{10} = \frac{474}{1000} = 0/474$$

$$237 \times \frac{2}{1000} = \frac{474}{1000} = 0/474$$

$$23 \frac{7}{10} = \frac{237}{10}$$

$$\frac{237}{10} \times \frac{2}{100} = \frac{474}{1000} = 0/474$$

– پس از به دست آوردن قانون ضرب و تسلط کامل مثال هایی بدهید که سمت راست ترین رقم یکی از عامل ها ۵ و سمت راست ترین رقم عامل دیگر ۲ یا ۴ یا ۶ یا ۸ باشد. دانش آموزان توجه کنند که صفر به دست آمده هم یکی از رقم های اعشاری حاصل ضرب است.

$$\underbrace{0/35}_{\text{رقم ۲}} \times \underbrace{0/4}_{\text{رقم ۱}} = \underbrace{0/140}_{\text{رقم ۳}}$$

– و مثال هایی چون :

$$\underbrace{0/200}_{\text{رقم ۳}} \times \underbrace{0/40}_{\text{رقم ۲}} = \underbrace{0/8000}_{\text{رقم ۵}}$$

و

$$\underbrace{0/2}_{\text{رقم ۱}} \times \underbrace{0/4}_{\text{رقم ۱}} = \underbrace{0/8}_{\text{رقم ۲}}$$

$$0/200 = 0/2 \text{ و } 0/40 = 0/4 \text{ و } 0/8000 = 0/8$$

– در آموزش فعالیت بعدی نیز دانش آموز می تواند با استفاده از ماشین حساب ضرب ها را انجام دهد و به ارتباط صفرهای عامل ضرب و تأثیر آن در جای ممیز حاصل ضرب پی ببرد.  
– در این قسمت هم پس از تسلط کامل مثال هایی نظیر

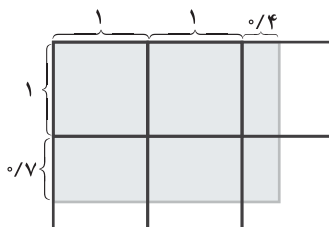
$$0/5 \times 200 = 100/0 = 100$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}_{\text{رقم ۱}} \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_{\text{رقم ۱}}$

و توجه دانش آموزان را به صفرهای حاصل ضرب و تعداد رقم های اعشاری جلب کنید.  
– از دانش آموزان بخواهید همانند درس ضرب کسرها، اعداد اعشاری را نیز روی مساحت نمایش دهند.

$$2/4 \times 1/7$$

$$\begin{array}{r} 2/4 \\ \times 1/7 \\ \hline 2 \quad \leftarrow 2 \times 1 \\ 1/4 \quad \leftarrow 2 \times 0/7 \\ 0/4 \quad \leftarrow 0/4 \times 1 \\ + 0/28 \quad \leftarrow 0/4 \times 0/7 \\ \hline 4/08 \end{array}$$



$$\begin{aligned}
 \begin{array}{c} \times \\ \nearrow \quad \searrow \\ \times \end{array} \frac{2}{4} \times \frac{1}{7} &= (2 \times 1) + (2 \times 0/7) + (0/4 \times 1) + (0/4 \times 0/7) \\
 &= 2 + 1/4 + 0/4 + 0/28 \\
 &= 4/8
 \end{aligned}$$

— برای دانش‌آموزان توانمندتر می‌توانید به این نکته اشاره کنید که چون  $2/4$  بین  $2$  و  $3$  است و  $1/7$  بین  $1$  و  $2$  است پس حاصل ضرب بین  $2$  و  $6$  است :

$$2 < 2/4 < 3$$

$$1 < 1/7 < 2$$

$$2 \times 1 = 2 < 2/4 \times 1/7 < 2 \times 3 = 6$$

و این موضوع از روی شکل پیداست.

— همچنین دانش‌آموزان توانمندتر می‌توانند به نکته‌ای که در قسمت «حل بعضی از تمرین‌ها» گفته شد بپردازند.

### بدفهمی‌های رایج

گاهی دانش‌آموزان فکر می‌کنند تعداد رقم‌های اعشاری دو عامل ضرب را باید درهم ضرب کنند و در حاصل ضرب تأثیر بدهند. هنگام تدریس به این نکته توجه کنید که تعداد رقم‌های اعشاری عامل‌های ضرب با هم جمع می‌شود.

در مواردی که سمت راست‌ترین رقم عامل‌های ضرب  $5$  و اعداد زوج هستند توجه کنند که صفر حاصل ضرب را در تعداد رقم‌ها به حساب بیاورند.

— گاهی دانش‌آموزان فکر می‌کنند با عمل ضرب همیشه حاصل ضرب بزرگ‌تر می‌شود که در قسمت «حل بعضی از تمرین‌ها» به این موضوع اشاره شد.

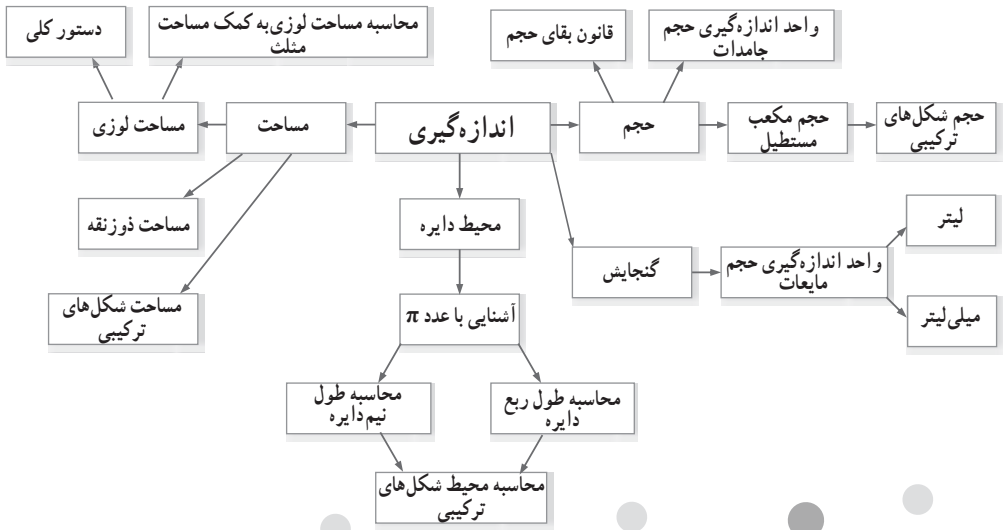
# اندازه‌گیری



نگاه کلی به فصل

این فصل، شامل ۴ درس است. در درس اول مساحت لوزی و دوزنقه در قالب فعالیت معرفی خواهد شد، درس دوم به اندازه‌گیری محیط دایره اختصاص یافته و ضمن آن عدد  $\pi$  به دانش‌آموزان معرفی می‌شود. درس سوم به معرفی حجم اختصاص داده شده است. در این درس مفاهیم بقای حجم، ضرورت نیاز به واحد دقیق برای اندازه‌گیری حجم اجسام و در نهایت دستور محاسبه حجم مکعب مستطیل ارائه می‌شود و از دانش‌آموز انتظار می‌رود حجم شکل‌های ترکیبی را نیز بتواند محاسبه کند. درس پایانی این فصل به مفهوم گنجایش پرداخته و در واقع جمع‌بندی از مفاهیم مربوط به گنجایش که در پایه‌های تحصیلی پیشین مطرح شده است، ارائه می‌شود. در این فصل واحدهای اندازه‌گیری لیتر و سی‌سی (میلی‌لیتر، سانتی‌متر مکعب) معرفی می‌شود و توصیه می‌شود واحدهای دیگر اندازه‌گیری مثل متر مکعب مطرح نشود.

## شبکه مفهومی



## تصویر عنوانی

هدف از صفحه‌عنوانی جلب توجه دانش‌آموز به محیط اطراف و اشاره به مظاهری از کاربرد ریاضیات در طبیعت پیرامونی یا دست‌سازه‌های بشر است. با این هدف که دانش‌آموز، ریاضیات را چیزی بیگانه از زندگی نداند. از طرف دیگر سعی مؤلفین این کتاب بر این بوده است که در تنظیم محتوا نگاهی جامع به سراسر کشور داشته باشند. لذا صفحه‌عنوانی به معرفی میدان امام همدان به‌عنوان یکی از آثار ملی اختصاص یافت. طراحی این میدان به شکل دایره با ۶ خیابان منشعب از آن است و به همین لحاظ، نماد شهرسازی مدرن قلمداد شده است. معماری این میدان بسیار شبیه به میدان حسن‌آباد تهران است.

### مساحت لوزی و دوزنقه

#### اهداف

- ۱- دوزنقه و لوزی را بشناسد و بتواند در اطراف خود به نمونه‌هایی از آن اشاره کند.
  - ۲- فرمول محاسبه مساحت لوزی را بداند.
  - ۳- بتواند مساحت لوزی را با داشتن اندازه قطرهای محاسبه کند.
  - ۴- فرمول محاسبه مساحت دوزنقه را بداند.
  - ۵- بتواند مساحت دوزنقه را با داشتن اندازه قاعده‌ها و ارتفاع محاسبه کند.
  - ۶- بتواند مساحت شکل‌های ترکیبی را محاسبه کند.
  - ۷- قانون بقای مساحت را بداند و بتواند از آن استفاده کند.
- ابزارهای مورد نیاز :

۱- کاغذ رنگی

۲- قیچی

#### روش تدریس

فعالیت اول فقط به قصد ایجاد انگیزه و جلب توجه دانش‌آموز به محیط اطراف و تأکید بر کاربرد اشکال هندسی در زندگی روزمره است. در تصویر میانی اشاره دانش‌آموز به لوزی یا متوازی‌الاضلاع هر دو صحیح است.

فعالیت دوم در واقع پیش نیاز فعالیت ۳ است. به این معنا که ویژگی‌های چهارضلعی‌ها مرور می‌شود و بر ویژگی عمود منصف بودن قطرهای لوزی تأکید می‌شود. چرا که در فعالیت ۳ محاسبه مساحت لوزی بدون در نظر داشتن این ویژگی ممکن نخواهد بود.

در فعالیت ۳ هدف این است که مساحت لوزی به کمک مساحت شکل‌هایی که پیش از این،

دانش آموز با مساحت آن آشناست محاسبه شود و رسیدن به دستور کلی محاسبه مساحت لوزی مدنظر نیست.

در این روش با رویکرد استفاده از راهبردهای چندگانه، مساحت لوزی به کمک تقسیم آن به چهار مثلث، تقسیم به دو مثلث بالایی و پایینی و تقسیم به دو مثلث چپ و راست قابل محاسبه است. این فعالیت فهم عمیق را مدنظر دارد و فعالیت ۴ به جهت دستیابی به سرعت در محاسبات طراحی شده است. در این کتاب سعی شده است بین آموزش رویه‌ای و آموزش مفهومی تعادل برقرار باشد. در فعالیت ۴، محاسبه دستور کلی مساحت لوزی به کمک مساحت مستطیل آموزش داده می‌شود و در پایان به جهت سهولت مطالعات بعدی برای دانش آموز، هدف کلی این درس (دستور کلی محاسبه مساحت لوزی) داخل کادر پایین صفحه ارائه شده است.

فعالیت بعدی با روش مشابه، محاسبه دستور کلی مساحت دوزنقه را در نظر دارد و انتظار می‌رود دانش آموز با کمک معلم و دوستانش بتواند با پرکردن جاهای خالی به دستور کلی دست پیدا کند.

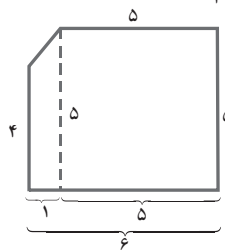
## حل بعضی تمرین‌ها

کار در کلاس صفحه ۱۰۸

روش اول:

مساحت مربع + مساحت دوزنقه = مساحت شکل

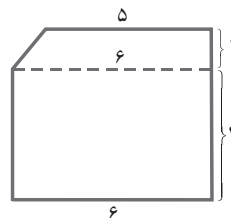
$$= \frac{(5+4) \times 1}{2} + 5 \times 5 = 4/5 + 25 = 29/5 \quad \text{یا} \quad \frac{9}{2} + 25$$



روش دوم:

مساحت مستطیل + مساحت دوزنقه = مساحت شکل

$$= \frac{(5+6) \times 1}{2} + 4 \times 6 = 5/5 + 24 = 29/5$$





**تمرین ۱ — صفحه ۱۰۹ :** ایده این تمرین برگرفته از مطالعات تیمز است. محاسبه ساق دوزنقه و قاعده بزرگ آن با توجه به شکل‌ها قابل محاسبه است. ساق دوزنقه با توجه به شکل اول و سوم با ضلع مربع یکی است و لذا ۲ سانتی متر است و قاعده بزرگ دوزنقه با توجه به شکل میانی دو برابر ضلع مربع و ۴ است.

مساحت تمامی شکل‌ها با هم برابر است و نیازی به محاسبه نیست (قانون بقای مساحت) ولی محیط شکل‌ها با هم متفاوت است.

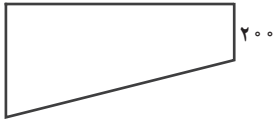
$$۱۸ = ۹ \times ۲ = \text{محیط شکل نیما}$$

$$۱۴ = ۷ \times ۲ = \text{محیط شکل ایمان}$$

$$۱۸ = ۹ \times ۲ = \text{محیط شکل امین}$$

**تمرین ۳ :** این مسئله جزء مسائل باز پاسخ است که با منظور کردن اعداد کسری و اعشاری بی‌نهایت جواب دارد، لذا برای راحتی محاسبات پاسخ را به ۳ مورد محدود کرده‌ایم. مثال : {۴ و ۳} یا {۱۲ و ۱} یا {۶ و ۲}

**تمرین ۴ :** در این فعالیت محاسبه مساحت دیواره استخر مدنظر است. فقط یک دیواره و آن هم دوزنقه‌ای است که در تصویر کتاب مشخص است. برای محاسبه بهتر است ابتدا اندازه‌ها برحسب سانتی متر نوشته شود که برای پاسخ گویی به قسمت (ب) مشکلی پیش نیاید. به این ترتیب :



$$\Rightarrow \text{مساحت دیواره} = \frac{(۲۰۰ + ۵۰۰) \times ۳۰۰۰}{۲} = ۱۰۵۰۰۰۰$$

$$\text{کاشی لازم است.} = \frac{۱۰ \times ۱۰}{۲} = ۵۰ \xrightarrow{\text{تعداد کاشی لازم}} \frac{۱۰۵۰۰۰۰}{۵۰} = ۲۱۰۰$$

**تمرین ۵ :** با توجه به رنگ‌ها در شکل میانی مساحت دو دوزنقه چپ و راست و همین‌طور مساحت دو دوزنقه بالایی و پایینی برابر است.

همین‌طور در شکل سمت راست، همرنگ بودن لوزی‌ها به این معناست که مساحت آنها با هم یکی است. بنابراین مساحت کل شکل ۸ برابر مساحت یکی از لوزی‌ها خواهد بود.

$$\begin{aligned} \text{مساحت لوزی} &= (۳ \times ۱) \div ۲ = \frac{۳}{۲} \\ \text{مساحت کل شکل} &= ۸ \times \frac{۳}{۲} = ۱۲ \end{aligned}$$

تمرین ۶: با توجه به شکل، قطر کوچک لوزی با عرض نوار مستطیل شکل برابر و ۵cm است.

قطر بزرگ لوزی  $\frac{1}{5}$  طول نوار مستطیل شکل و لذا ۸ سانتی متر است.  
روش ۱: این مسئله می تواند با محاسبه مستقیم حل شود.

$$۲۰ = ۲ \div (۵ \times ۸) = \text{مساحت یک لوزی}$$





$$۱۰۰ = ۲۰ \times ۵ = \text{مساحت تمام لوزی ها}$$

نصف مساحت نوار رنگ شده است.  $\Rightarrow ۲۰۰ = ۴۰ \times ۵ = \text{مساحت مستطیل}$

روش ۲: به کمک فعالیتی که برای پیدا کردن دستور مساحت لوزی انجام شد مساحت هر لوزی نصف مستطیلی است که در آن احاطه شده است. پس مساحت کل قسمت رنگی نصف مساحت نوار است.

روش ۳: به کمک شمارش قسمت های رنگی همین پاسخ به دست خواهد آمد.

## بدهمی ها

معمولاً دانش آموزان فقط شکل  را برای دوزنقه به رسمیت می شناسند لذا در این درس سعی شده است دوزنقه در انواع شکل های آن اعم از ؛  و  به دانش آموزان معرفی شود.

به همین لحاظ در فعالیت ۲ هم دوزنقه در حالت کاملاً کلی ارائه شده است. (متساوی الساقین یا قائم الزاویه نیست).

## محیط دایره

### اهداف

- ۱- تمام اجزاء دایره را بشناسد.
- ۲- فرمول محیط دایره را بداند و بتواند محیط دایره را محاسبه کند.
- ۳- با عدد  $\pi$  تا دورقم اعشار آشنا شود.
- ۴- بداند که افزایش و کاهش اندازه شعاع، افزایش و کاهش محیط را موجب می شود.
- ۵- مفهوم نیم دایره و ربع دایره را بداند.
- ۶- بتواند محیط شکل های ترکیبی را محاسبه کند.
- ۷- کار با ابزار هندسی نظیر خط کش و پرگار را بداند.

### روش تدریس

شروع درس با ارائه فعالیتی است که با زندگی روزمره ارتباطی نزدیک دارد و علاوه بر آن مرور و یادآوری یادگیری های قبلی دانش آموز در مورد دایره مدنظر است.

هدف فعالیت شماره ۲ نیز این است که دانش آموز متوجه شود با افزایش تعداد اضلاع چندضلعی محاط داخل دایره، اندازه محیط چندضلعی به محیط دایره نزدیک تر می شود.

در فعالیت ۳ پس از مرور اجزاء دایره، هدف، ابتدا آشنایی با مقدار عدد  $\pi$  است و در نهایت به کمک جدول ارائه شده و اندازه های داخل آن و به کمک استفاده از ماشین حساب و تقسیم محیط دایره بر قطر آن، انتظار می رود دانش آموز به عدد تقریبی ۳/۱۴ اشاره کند.

در نهایت معلم مقدار دقیق تر این عبارت یعنی ۳/۱۴ را به عنوان عدد  $\pi$  به دانش آموزان معرفی می کند.

با مقایسه ستون دوم و سوم جدول انتظار می رود فرمول محیط دایره توسط دانش آموزان و با همکاری معلم قابل دستیابی باشد.

قسمت (ت) این فعالیت به این منظور طراحی شده است که دانش آموز متوجه شود تغییر واحد

اندازه‌گیری از ۲ سانتی‌متر به ۲ متر، محیط را از سانتی‌متر به متر تبدیل می‌کند و محاسبهٔ مجدد محیط دایره ضرورتی ندارد.

## حل برخی تمرین‌ها

**کار در کلاس ۱ صفحه ۱۱۱:** دانش‌آموز برای اندازه‌گیری قطر اجسام دایره‌ای اطراف خود نیاز به کمک دوستان و معلم دارد. برای مثال نیاز دارد متوجه شود خط‌کش را آن قدر روی لبهٔ لیوان جابه‌جا کند که بیشترین اندازه را به قطر نسبت دهد.

**فعالیت صفحه ۱۱۱:** هدف این است که به کمک عقربه‌های ساعت و مفاهیم نیم ساعت و ربع ساعت، نیم دایره و ربع دایره در ذهن دانش‌آموز مفهوم عمیق‌تری پیدا کند.

**کار در کلاس صفحه ۱۱۲:** برای پیدا کردن محیط شکل‌های ترکیبی جهت فلش‌ها نشان‌دهندهٔ تأکید بر این مطلب است که در محاسبهٔ محیط، حرکت از یک نقطه آغاز شده و به همان نقطه بازخواهیم گشت. علاوه بر این تقویت گفتمان ریاضی هم مدنظر است و تأکید بر این است که دانش‌آموز ابتدا به زبان خود اندازهٔ خط‌های لازم را بنویسد و بعد به محاسبه بپردازد. برای مثال محیط شکل سمت راست:

شعاع دایره بزرگ + نصف محیط دایره کوچک + نصف محیط دایره بزرگ = محیط شکل

$$= \frac{(10 \times 3)}{2} + \frac{5 \times 3}{2} + 5 = 15 + 7.5 + 5 = 27.5$$



**تمرین ۳ صفحه ۱۱۲:** محیط شکل سمت چپ:

$$\frac{3}{4} \text{ از محیط دایره} + \text{شعاع} + \text{شعاع} = \text{محیط شکل}$$

$$= 10 + 10 + (20 \times 3) \times \frac{3}{4} = 10 + 10 + 45 = 65$$

در تمرین‌هایی که لازم است مقدار عدد  $\pi$  برابر ۳ در نظر گرفته شود، این مطلب داخل پرانتز ذکر شده است. در بقیه تمرین‌ها پیشنهاد می‌شود مقدار  $\pi$  برابر ۳/۱۴ منظور شود.

## بدهمی‌ها

مهم‌ترین بدهمی این فصل به محاسبه محیط برمی‌گردد. لازم است با ارائهٔ تمرین‌های مناسب تفاوت محیط شکل‌های زیر برای دانش‌آموز مشخص شود. به‌طور مثال محیط  برابر است با نصف محیط دایره و محیط شکل  برابر است با نصف محیط دایره + طول قطر دایره.

### حجم

#### اهداف

- ۱- قانون بقای حجم را بداند و به کار گیرد. (حجم یک شکل با تغییر شکل ظاهری آن تغییر نمی کند).
- ۲- بتواند حجم شکل را با داشتن واحدهای مختلف محاسبه کند.
- ۳- واحد اندازه گیری حجم جامدات (سانتی متر مکعب) را بداند.
- ۴- فرمول حجم مکعب مستطیل را بداند و آن را در حل مسائل به کار گیرد.
- ۵- حجم یک مکعب مستطیل را با داشتن اندازه ابعاد آن در حالت گسترده نیز محاسبه کند.
- ۶- حجم شکل های ترکیبی را محاسبه کند.
- ۷- بتواند حجم شکل های مختلف را تخمین بزند.

#### روش تدریس

تمام فعالیت های این قسمت ناظر به مفهوم بقای حجم است که مطالعات روان شناسی سن ۱۱ سال را برای مواجهه و فهم آن مناسب دانسته اند. هدف این است که دانش آموز بداند چیدمان متفاوت تعداد مشخصی مکعب، حجم متفاوتی را برای شکل حاصل، نخواهد داشت و حجم کلی یک شکل با تغییر شکل ظاهری آن عوض نمی شود. در این فعالیت سعی شده است از مثال هایی که با زندگی روزمره دانش آموزان عجین است استفاده شود. این فعالیت به جامدات صلب توپیر اشاره دارد و لذا اجسام کشسانی و گازها مورد نظر این فعالیت نیست.

به معلمان پیشنهاد می‌شود در صورت ناکافی دانستن این مثال‌ها، برای دانش‌آموزان مثال‌های بیشتری ارائه کنند.

در فعالیت صفحه ۱۱۴ هدف این است که دانش‌آموزان ابتدا با محاسبه حجم شکل با دو واحد متفاوت در شماره ۱ به دو اندازه متفاوت دست پیدا کنند تا لزوم وجود واحد استاندارد را حس کنند. لذا واحد سانتی‌متر مکعب به دانش‌آموزان معرفی می‌شود.

در فعالیت شماره ۲ هدف این است که در قالب یک جدول، تفاوت کاربری واحدهای مختلف اندازه‌گیری مثل سانتی‌متر / متر، لیتر و سانتی‌متر مکعب برای دانش‌آموز دسته‌بندی و منظم شود. در فعالیت ۳ محاسبه حجم جامدات منظم مدنظر است و برای شروع مکعب مستطیل انتخاب شده است.

در این فعالیت به کمک راهبردهای چندگانه، حجم مکعب مستطیل به ۳ طریق اندازه‌گیری می‌شود و هدف این است که در پایان دانش‌آموز بتواند به‌دستور کلی محاسبه حجم مکعب مستطیل دست پیدا کند.

در فعالیت صفحه ۱۱۵ نیز دانش‌آموز برای پیدا کردن حجم شکل مرکب با روش‌های متفاوت مواجه می‌شود.

در روش اول شکل، با رسم خط افقی به دو مکعب بالایی و پایینی تقسیم شده است، در روش دوم حجم شکل به شکل مجموع حجم دو مکعب مستطیل سمت چپ و راست محاسبه شدنی است و در روش سوم با کم کردن حجم فضای خالی از حجم مکعب مستطیل کامل شده، حجم قسمت رنگی محاسبه می‌شود.

در ادامه فعالیت، از دانش‌آموزان خواسته شده است که راه حل دیگری پیشنهاد بدهند. می‌توان با رسم خط افقی و عمودی شکل را به ۳ مکعب مستطیل تبدیل کرد و حجم را محاسبه کرد. دقت شود که استفاده از فرمول کلی «مساحت قاعده  $\times$  ارتفاع» جزء اهداف آموزش این کتاب نیست.

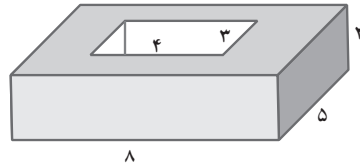
## حل برخی تمرین‌ها

کار در کلاس صفحه ۱۱۵: در تمرین ۱ در دو مکعب اول و سوم اندازه‌ها یکی است. هدف این است که تأکید شود تغییر شکل جسم، تغییر حجم آن را نتیجه نمی‌دهد.

حجم مکعب مستطیل داخلی - حجم مکعب مستطیل بیرونی = حجم شکل رنگی

$$= 2 \times 5 \times 8 - 4 \times 3 \times 2 =$$

$$= 80 - 24 = 56 \text{ سانتی متر مکعب}$$



در تمرین ۱ قسمت (پ) بهتر است دانش آموز با انجام قسمت الف و ب متوجه این نکته شود که حجم ده کتاب هم اندازه روی هم ۱۰ برابر حجم کتاب اول است و نیازی به محاسبه نیست. هر چند محاسبه هم اشکالی ندارد.

در تمرین ۲ هدف این است که ارتباط ریاضی با زندگی روزمره نشان داده شود. انتظار این است که در نگاه اول دانش آموز حجم مکعب مستطیل را بیشتر از حجم مکعب تخمین بزند.

اما بعد از محاسبه متوجه خواهد شد که حجم دو شکل برابر است. برای قسمت آخر این سؤال ممکن است دانش آموزی مکعب مستطیل را انتخاب کند با این استدلال که حجم آن بیشتر به نظر می آید و مشتری را بیشتر جلب می کند. این استدلال بیشتر هدف این کتاب را تأمین می کند.

ولی این امکان هم وجود دارد که دانش آموز مکعب مستطیل را انتخاب کند به این دلیل که جعبه برای پودر لباس شویی در نظر گرفته شده و لذا در دست گرفتن آن ساده تر از مکعب است که باز هم پاسخ صحیح است.

این احتمال هم وجود دارد که به هر دلیل قابل قبولی دانش آموز مکعب را انتخاب کند. به هر حال هدف این سؤال تقویت قدرت استدلال دانش آموز و کاربرد ریاضی در زندگی است.

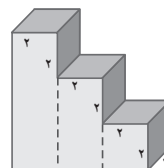
تمرین ۴ صفحه ۱۱۷ : حجم هر شکل به چندین روش قابل محاسبه است و تمامی روش های درست قابل قبول است.

روش اول :

حجم مکعب سوم + حجم مکعب مستطیل دوم + حجم مکعب مستطیل اول = حجم شکل

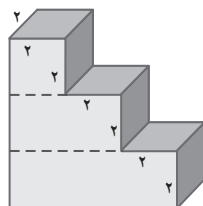
$$= 2 \times 2 \times 6 + 2 \times 2 \times 4 + 2 \times 2 \times 2$$

$$= 24 + 16 + 8 = 48 \text{ سانتی متر مکعب}$$



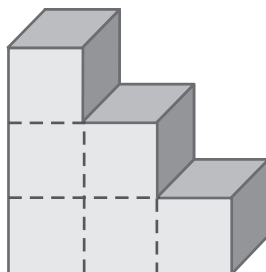
روش دوم :

$$\begin{aligned} \text{حجم مکعب مستطیل پایینی} + \text{حجم مکعب مستطیل وسطی} + \text{حجم مکعب بالایی} &= \text{حجم شکل} \\ 2 \times 2 \times 2 + 2 \times 4 \times 2 + 2 \times 6 \times 2 &= \\ 8 + 16 + 24 = 48 \text{ سانتی متر مکعب} \end{aligned}$$



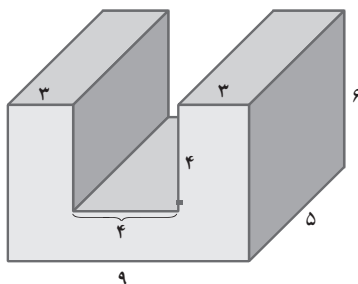
روش سوم :

$$\begin{aligned} \text{شش برابر حجم یک مکعب} &= \text{حجم شکل} \\ 6 \times (2 \times 2 \times 2) = 6 \times 8 = 48 &= \\ \text{سانتی متر مکعب} \end{aligned}$$



در حالت دشوارتر ممکن است دانش آموز بخواهد مکعب را کامل کرده و با کم کردن فضای خالی از کل شکل حجم قسمت رنگی را محاسبه کند.  
به همین ترتیب در تمرین ۴، شکل سمت چپ هم به چند روش می تواند حل شود.  
ساده ترین روش عبارت است از :

$$\begin{aligned} \text{حجم مکعب مستطیل فضای خالی} - \text{حجم مکعب مستطیل کلی} &= \text{حجم شکل} \\ 9 \times 5 \times 6 - 4 \times 4 \times 5 &= \\ 270 - 80 = 190 \text{ سانتی متر مکعب} \end{aligned}$$





تمرین ۵ صفحه ۱۱۷ : هدف تخمین زدن است. مهارتی که بسیاری از بزرگسالان ما هم در آن آموزش مناسب ندیده‌اند.

قسمت الف) به سادگی قابل حل است.

قسمت ب) حجم چه چیزی ممکن است صد سانتی متر مکعب باشد؟ جعبه‌ای در ابعاد مثلاً ۵ و ۵ و ۴ یا یک جامدادی.

هزار سانتی متر مکعب چطور؟ این فضا در واقع نشان‌دهنده حجم یک لیتر است. پس هر جعبه‌ای که تقریباً به اندازه ۱ لیتر گنجایش داشته باشد می‌تواند جواب مسئله باشد مثل جعبه دستمال کاغذی.

دقت کنید که هزار سانتی متر مکعب ده برابر صد سانتی متر مکعب است. لذا کافی است اشاره شود که هزار سانتی متر مکعب اندازه جعبه‌ای است که در آن ۱۰ تا جامدادی جا می‌شود.

صد هزار سانتی مکعب صد برابر جعبه قبلی است. یعنی جعبه‌ای با ابعاد حدودی ۵۰ و ۵۰ و ۴۰ یا جعبه‌ای که بشود درون آن ۱۰۰ جعبه دستمال کاغذی چید.

تمرین ۶ صفحه ۱۲۷ : جزء سؤالات باز پاسخ است که اگر اعداد اعشاری را لحاظ کنیم بی‌نهایت جواب خواهد داشت. لذا با خواستن ۳ جواب آن را محدود کرده‌ایم. مثل {۶ و ۲ و ۴} یا {۱۲ و ۲ و ۲} یا {۴ و ۴ و ۳}.

استفاده از روش‌هایی که شکل را به کمک خط چین به ۳ مکعب مستطیل مجزا تقسیم می‌کند نیز کاملاً صحیح است.

### گنجایش

#### اهداف

- ۱- واحد اندازه گیری حجم مایعات را بداند.
- ۲- با واحد لیتر، سانتی متر مکعب، سی سی و میلی لیتر آشنا باشد.
- ۳- بتواند لیتر را به میلی لیتر و برعکس تبدیل کند.

#### روش تدریس

این درس در واقع جمع بندی کل مطالب ارائه شده در خصوص گنجایش در پایه های قبلی است و علاوه بر آن واحد سی سی هم به دانش آموزان معرفی می شود.

در این فعالیت هم نظیر آنچه در درس قبل آمده بود، ابتدا دانش آموز مفهوم گنجایش را در شماره ۱ فعالیت مرور و یادآوری می کند و در فعالیت ۲ و ۳ ضرورت استفاده از واحد استاندارد را متوجه می شود. در آخر واحد لیتر به او معرفی شده و دانش آموز با کاربرد یک مثال روزمره می تواند حجم یک لیتر را تخمین زده و تصور کند.

در فعالیت صفحه بعد از دانش آموز خواسته می شود که با دقت به محیط اطراف نمونه هایی از کاربرد لیتر را مثال بزند. در شماره سوم، هدف این است که ضرورت استفاده از واحدهای کوچک تر از لیتر توسط دانش آموز درک شود.

در این کتاب اشاره ای به مفاهیم متر مکعب و ... نخواهد شد. فقط کافی است دانش آموز با واحد لیتر و میلی لیتر، سی سی یا سانتی متر مکعب آشنا شود.

## حل برخی تمرین‌ها

کار در کلاس ۲ صفحه ۱۲۰: برای اندازه‌گیری حجم جامدات غیر منظم طراحی شده است. با توجه به اینکه سطح آب ۱۰ cc افزایش داشته لذا حجم سنگ ۱۰ سانتی متر مکعب است.

کار در کلاس ۳ صفحه ۱۲۰: هدف تبدیل اعداد اعشاری و کسری به یکدیگر و تبدیل واحدهاست.

سؤال ۴ صفحه ۱۲۰: هدف باز هم گره‌زدن ریاضی با زندگی روزمره و نیز پرورش مهارت‌های اقتصادی دانش‌آموز است.

هدف این است که دانش‌آموز بداند برای داشتن یک لیتر شیر، بهتر است یک پاکت یک لیتری ۲۵۰۰ تومانی انتخاب کند، نه ۴ پاکت ۲۵۰ میلی لیتری ۲۸۰۰ تومانی.

در قسمت (پ) با توجه به هدف سؤال که تهیه ماست است ۲/۵ لیتر شیر مورد نیاز می‌تواند به ۳ روش تأمین شود:

$$3 \times 2500 = 7500$$

۳ پاکت شیر بزرگ بخرد

$$2 \times 2500 + 2 \times 700 = 6400$$

۲ پاکت شیر بزرگ و ۲ پاکت شیر کوچک بخرد

$$10 \times 700 = 7000$$

۱۰ پاکت شیر کوچک بخرد

لذا اگر نیلوفر فقط ۷۰۰۰ تومان داشته باشد بهتر است روش دوم را انتخاب کند که از همه به صرفه‌تر است.

تمرین ۵ صفحه ۱۲۱: طول ۱۰ سانتی متری برای ماهی، جزء اطلاعات اضافی در صورت مسئله است.

هدف این است که دانش‌آموز با سؤالاتی مواجه شود که اطلاعات اضافی داشته باشد و دانش‌آموز تشخیص دهد استفاده از کدام اطلاعات ضروری است و کدام اطلاعات ربطی به پاسخ مسئله ندارد. این مسئله به کمک تناسب به راحتی قابل حل است.

در بقیه تمرین‌های این صفحه کار با اعداد اعشاری و کسری و تبدیل واحدهای اندازه‌گیری حجم مایعات مدنظر است.

## فرهنگ نوشتن

هدف این است که دانش آموز با لمس اجسام دو بعدی و سه بعدی و بیان ویژگی‌های آن به زبان خودش هم فهم عمیق‌تری از اشکال هندسی پیدا کند و هم گفتمان ریاضی را تمرین کند.

این فعالیت می‌تواند به شکل شفاهی انجام شود و اصراری به نوشتن ویژگی‌ها نیست.

در تمرین ۱: هدف این است که با توجه به جدول، دانش آموز تأثیر مستقیم چند برابر شدن یا نصف شدن شعاع و قطر را در اندازه محیط دایره ببیند و تشخیص دهد.

پاسخ تمرین ۳ صفحه ۱۲۳

الف) قطرهای لوزی برابرند: گاهی

ب) دو تا از ضلع‌های دوزنقه موازی‌اند: همیشه

پ) قطرهای لوزی برهم عمودند: همیشه

ت) دو تا از ضلع‌های دوزنقه مساوی‌اند: گاهی

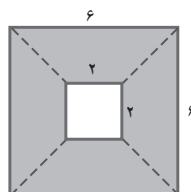
ث) می‌توانیم یک دوزنقه با ۳ زاویه قائمه رسم کنیم: هیچ وقت

ج) دوزنقه دو زاویه راست دارد: گاهی

در تمرین چهارم هدف، محاسبه مستقیم مساحت دوزنقه‌ها در شکل اول و دوم نیست. به همین دلیل همه اندازه‌ها داده نشده است. این به این خاطر است که دانش آموز به تفکر واداشته شود و نگاه ابزاری و رویه‌ای نداشته باشد.

مساحت مربع کوچک - مساحت مربع بزرگ = مساحت قسمت رنگی

$$\text{سانتی متر مربع } ۳۲ = ۴ - ۳۶ =$$

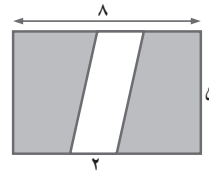


روش اول :

مساحت متوازی الاضلاع - مساحت مستطیل = مساحت قسمت رنگی

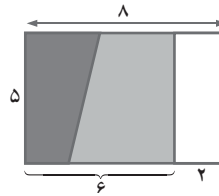
$$= 8 \times 5 - 2 \times 5$$

$$= 40 - 10 = 30 \text{ سانتی متر مربع}$$



روش دوم :

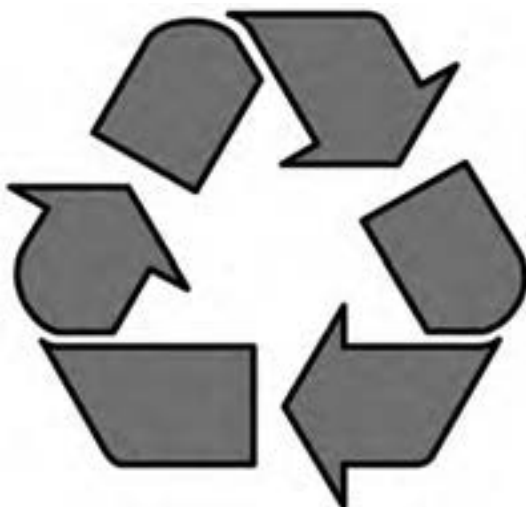
سانتی متر مربع  $30 = 6 \times 5 =$  مساحت مستطیل = مساحت قسمت رنگی



## معما و سرگرمی

هدف از طراحی این معما کار با ابزار اندازه گیری (خط کش) است و در عین حال دقت دانش آموز در قالب انجام بازی سنجیده می شود.

# آمار و احتمال



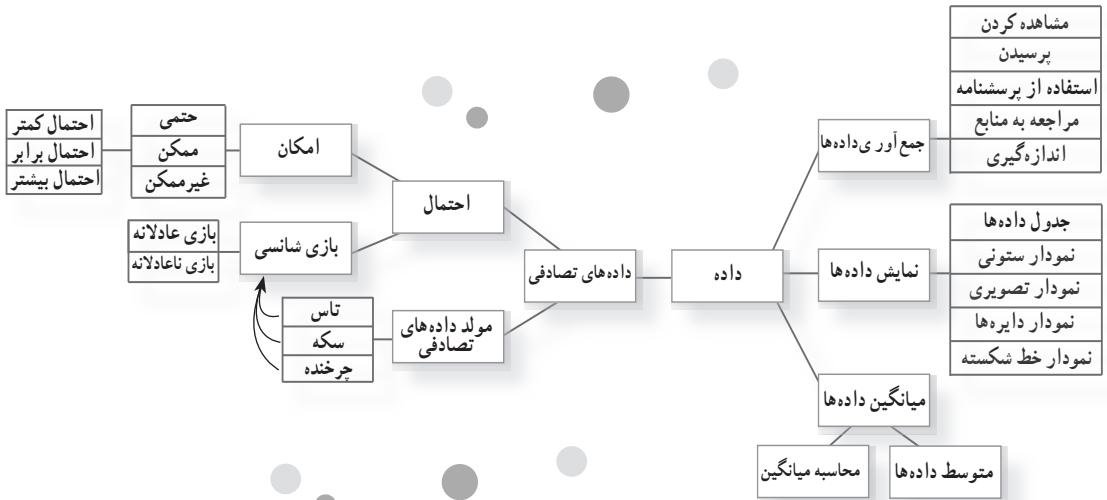
نگاه کلی به فصل

این فصل شامل سه درس است.

در درس اول روش‌های جمع‌آوری داده‌ها (مشاهده کردن، پرسیدن، استفاده از پرسشنامه، مراجعه به کتاب‌ها یا سایت‌ها و اندازه‌گیری) و روش‌های نمایش داده‌ها (جدول داده‌ها، نمودار ستونی، نمودار تصویری، نمودار خط شکسته و نمودار دایره‌ای) به کمک مثال‌های مختلف مرور شده‌اند. در مواردی هم به مصادیق استفاده از یک مورد به‌طور مستقیم پرداخته شده است.

در درس دوم مفهوم میانگین یا متوسط داده‌ها معرفی شده است و بازنمایی‌های مختلفی از این مفهوم ارائه شده است؛ همچنین دو روش برای محاسبه میانگین در این درس پیشنهاد شده است. در درس سوم، مفهوم احتمال مورد توجه قرار گرفته است و ضمن یادآوری مفاهیم سال‌های گذشته، بازی‌های شانسی عادلانه و ناعادلانه معرفی و شانس برد در بازی‌های شانسی مورد بررسی قرار گرفته است.

## شبکه مفهومی



## تصویر عنوانی

در بسیاری از برنامه‌ریزی‌ها سیاست‌گذاری‌ها، از علم آمار استفاده می‌شود. داده‌ها منابع مهمی برای تصمیم‌گیری هستند. گاهی استفاده از علم آمار می‌تواند از فاجعه‌ای که در حال رخ دادن است، جلوگیری کند. تصویر عنوانی این فصل به یکی از این موارد یعنی کاهش سطح جنگل‌های ایران و بازیافت کاغذ به عنوان یکی از راه‌های جلوگیری از این فاجعه اختصاص یافته است. در طول فصل نیز اشاره‌هایی به این موضوع دیده می‌شود.

## دانستنی‌هایی برای معلم

علم آمار، علم جمع‌آوری، نمایش، تغییر و تحلیل داده‌هاست. در این علم از روش‌های مختلفی از جمله مشاهده کردن، پرسشنامه رجوع به کتب، سایت و منابع و ... همانطور که در درس اول این فصل بیان شده است، برای جمع‌آوری اطلاعات و داده‌ها استفاده می‌شود. پس از جمع‌آوری داده‌ها، برای استفاده راحت‌تر از آنها و طبقه‌بندی داده‌ها، از جدول داده‌ها استفاده می‌شود.

پس از خلاصه‌نویسی و طبقه‌بندی داده‌ها در جدول داده‌ها، به منظور نمایش بهتر داده‌ها و با هدف اینکه داده‌های جمع‌آوری شده به گونه‌ای نمایش داده شود که در سریع‌ترین زمان ممکن، جمع‌بندی از داده‌ها به صورت بصری به مخاطبین منتقل شود، از انواع نمودارها استفاده می‌شود. انواع نمودارها، شامل نمودار ستونی، نمودار تصویری، نمودار خط شکسته، نمودار دایره‌ای، نمودار هیستوگرام و ... هست. هر یک از نمودارهای بیان شده با هدف خاصی مورد استفاده قرار می‌گیرد. به عنوان نمونه، از نمودار ستونی برای مقایسه داده‌ها استفاده می‌شود و با استفاده از آن می‌توان، بیشترین و کمترین داده‌ها و میزان اختلاف داده‌ها با یکدیگر را نمایش داده به طور معمول از نمودار خط شکسته برای نمایش میزان تغییرات یک یا چند کمیت مورد مطالعه و از نمودار دایره‌ای برای نمایش سهم هر داده از کل داده‌ها استفاده می‌شود. برای تحلیل داده‌های جمع‌آوری شده در علم آمار، از شاخص‌ها و معیارهای مختلفی استفاده می‌شود. این شاخص‌ها به طور کلی به دو دسته شاخص‌های مرکزی و شاخص‌های پراکندگی تقسیم‌بندی می‌شود. شاخص‌های مرکزی، معیارهایی هستند که اطلاعاتی در مورد محل تمرکز داده‌ها ارائه می‌کند. این شاخص‌ها شامل میانگین، میانه، نما (مد) می‌باشند. شاخص‌های پراکندگی اطلاعاتی درخصوص نحوه توزیع و پراکندگی داده‌ها ارائه می‌کنند. دامنه تغییرات، انحراف از معیار، واریانس، ضریب پراکندگی و ... تعدادی از شاخص‌های پراکندگی هستند. جهت کسب اطلاعات بیشتر در مورد شاخص‌های مرکزی و پراکندگی می‌توان به کتاب‌ها و منابع مرتبط با آمار مراجعه کرد.

میانگین یا متوسط داده‌ها، شاخص مرکزی در علم آمار است که انواع مختلفی دارد. میانگین حسابی، میانگین هندسی، میانگین وزنی و میانگین همساز، انواعی از میانگین هست که با توجه به کاربردهای مختلفی که هر یک دارند، مورد استفاده قرار می‌گیرند.

میانگین حسابی، یکی از انواع میانگین هست که بیشتر در کتاب‌های درسی ریاضی پایه اول تا نهم مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای محاسبه میانگین حسابی داده‌ها، از فرمول زیر استفاده می‌شود:

$$\text{میانگین حسابی} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}}$$

به عنوان مثال، میانگین پنج عدد ۱۰، ۱۲، ۱۵، ۱۷، ۶ و ۱۰ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{۱۰+۱۲+۱۵+۱۷+۶}{۵} = \frac{۶۰}{۵} = ۱۲$$



محاسبه میانگین فقط از این روش محاسبه نمی‌شود، بلکه روش‌های دیگری برای محاسبه آن وجود دارد. یکی از آن روش‌ها، استفاده از میانگین فرضی برای محاسبه میانگین حسابی است. در این روش، عدد دلخواهی به عنوان میانگین فرضی در نظر گرفته می‌شود و براساس آن با استفاده از فرمول زیر میانگین حسابی محاسبه می‌شود:

$$\text{مجموع اختلاف هر داده با میانگین فرضی} \\ \text{تعداد داده‌ها} + \text{میانگین فرضی} = \text{میانگین حسابی}$$

به عنوان نمونه برای محاسبه میانگین حسابی پنج عدد ۱۲، ۱۵، ۷، ۶ و ۱۰ با استفاده از میانگین فرضی، اگر میانگین فرضی ۱۰ در نظر گرفته شود، ابتدا اختلاف هر یک از داده‌ها با میانگین فرضی محاسبه می‌شود:

$$۱۰ - ۱۰ = ۰$$

$$۱۲ - ۱۰ = ۲$$

$$۱۵ - ۱۰ = ۵$$

$$۱۷ - ۱۰ = ۷$$

$$۶ - ۱۰ = -۴$$

سپس مجموع اختلاف داده‌ها با میانگین فرضی محاسبه می‌شود:

$$۱۰ = (-۴) + ۷ + ۵ + ۲ + ۰ = \text{مجموع اختلاف داده‌ها با میانگین فرضی}$$

میانگین حسابی براساس فرمول زیر حساب می‌شود:

$$\frac{\text{مجموع اختلاف داده‌ها با میانگین فرضی}}{\text{تعداد داده‌ها}} + \text{میانگین فرضی} = \text{میانگین حسابی}$$

$$۱۰ + \frac{۱۰}{۵} = ۱۰ + ۲ = ۱۲$$

روش‌های دیگری نیز برای محاسبه میانگین حسابی وجود دارد که علاقمندان می‌توانند برای اطلاع از آنها به کتاب‌های آماری مراجعه کنند.

میانگین حسابی دارای خواصی هست که به تعدادی از آنان در زیر اشاره می‌شود:

**خواص میانگین حسابی:**

۱- میانگین حسابی تعدادی مقدار ثابت همان مقدار ثابت هست. به عنوان نمونه، میانگین حسابی ۶، ۶، ۶، ۶، ۶، ۶ همان ۶ هست.

$$\frac{۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶ + ۶}{۷} = \frac{۴۲}{۷} = ۶$$

۲- اگر به هر یک از داده‌ها مقدار ثابتی کم یا اضافه شود به مقدار میانگین حسابی نیز همان مقدار ثابت اضافه یا کم خواهد شد. این خاصیت را در قالب مثال زیر می‌توان بیان کرد:

$$\begin{array}{c}
 \text{هر یک از داده‌ها را با} \\
 \text{عدد ۴ جمع می‌کنیم} \rightarrow 12, 14, 16, 11, 9, 22 \\
 \text{میانگین حسابی} = \frac{12+14+16+11+9+22}{6} = \frac{86}{6} = 14\frac{2}{3} \\
 \text{میانگین حسابی} = \frac{8+10+12+7+5+18}{6} = 10
 \end{array}$$

+ 4

۳- مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین حسابی همیشه صفر است.

$$20, 18, 14, 3, 10, 10, 11, 2$$

$$\text{میانگین حسابی} = \frac{20+18+14+3+10+10+11+2}{8} = \frac{88}{8} = 11$$

$$\begin{array}{l}
 \left\{ \begin{array}{l} 20-11=9 \\ 18-11=7 \\ 14-11=3 \\ 3-11=-8 \\ 10-11=-1 \\ 10-11=-1 \\ 11-11=0 \\ 2-11=-9 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{اختلاف داده‌ها} \\ \text{از میانگین} \end{array} \xrightarrow{\text{مجموع اختلاف داده از میانگین}} 9+7+3+(-8)+(-1)+(-1)+0+(-9)=19-19=0
 \end{array}$$

میانگین همساز:

میانگین همساز، یکی از انواع میانگین است که معمولاً برای محاسبه متوسط سرعت، مطالعه در شبکه‌های برق، عینک‌شناسی و ... کاربرد دارد. در این میانگین، در صورتی که تعدادی داده مانند  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ، همگی مخالف صفر و هم علامت باشند (یعنی یا همگی مثبت و یا همگی منفی باشند) میانگین همساز آنها با استفاده از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$\text{میانگین همساز} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

تعداد داده‌ها  $\rightarrow n$

به عنوان مثال برای محاسبه میانگین همساز چهار عدد ۱۰,۷,۶ و ۱ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\text{میانگین همساز} = \frac{4}{\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{10} + \frac{1}{1}} = \frac{4}{\frac{70+60+42+42}{420}} = \frac{4}{\frac{592}{420}} = 4 \div \frac{592}{420} = 4 \times \frac{420}{592} = \frac{1680}{592} = \frac{105}{37}$$

از این میانگین در مواردی استفاده می‌شود که باید میانگین نسبت‌هایی را محاسبه کرد که صورت و مخرج آنها دارای واحدهای یکسانی نیستند.

مثال: اتومبیلی فاصله بین دو شهر A و B را که ۹۰ کیلومتر است با سرعت متوسط ۶۰ کیلومتر در ساعت پیمود و با سرعت ۳۵ کیلومتر در ساعت برگشته است. سرعت متوسط در رفت و برگشت را محاسبه کنید.

حل: ابتدا مسئله را از رابطه فیزیکی حل می‌کنیم تا جواب صحیح را پیدا کنیم. این اتومبیل ۱/۵ ساعت زمان رفت و ۳ ساعت زمان برگشت داشته، یعنی ۴/۵ ساعت در راه بوده و ۱۸۰ کیلومتر مسافت را پیموده است پس سرعت متوسط برابر است با:

$$\text{مسافت} \\ \text{سرعت } V = \frac{x}{t} = \frac{180}{4/5} = 40 \frac{\text{km}}{\text{n}}$$

اگر این مسئله را با میانگین حسابی حل می‌کردیم حاصل به صورت زیر به دست می‌آمد:

$$\begin{aligned} \text{میانگین حسابی} &= \frac{60+30}{2} = 45 \frac{\text{km}}{\text{n}} \\ \text{و اگر از میانگین همساز استفاده کنیم: } & \text{میانگین همساز} = \frac{2}{\frac{1}{60} + \frac{1}{30}} = \frac{2}{\frac{3}{60}} = 2 \times \frac{60}{3} = 40 \frac{\text{km}}{\text{n}} \end{aligned}$$

ملاحظه می‌کنیم که برای آنکه پاسخ صحیح به دست آید باید از میانگین همساز استفاده شود.

## احتمال

احتمال، یکی از شاخه‌های علم آمار است که در آن وقوع یک اتفاق تصادفی (اتفاقی که از قبل قابل پیش‌بینی دقیق نیست) مورد برآورد و تخمین قرار می‌گیرد.

آنچه در آموزش مفهوم احتمال می‌تواند به درک بهتر دانش‌آموزان از این مفهوم کمک کند، این است که آنان قبل از درگیر شدن با مفهوم ریاضی احتمال، با استفاده از تجربه و به صورت عملی و با تکرار و آزمایش، درک تجربی از این مفهوم داشته باشند.

در کتاب‌های درسی جدید التالیف ریاضی نیز در گام اول، رویکرد تجربی به احتمال مدّ نظر بوده است. پس از آن درگام دوم رویکرد ذهنی مورد نظر قرار گرفته است؛ یعنی طرح آزمایش‌های ذهنی با تعداد تکرارهای بسیار زیاد و پیش‌بینی کلی یک آزمایش تصادفی.

پس از این دو گام، دانش‌آموزان آماده وارد شدن به مباحث کلاسیک احتمال یعنی سفارش حالت‌های ممکن و مطلوب و نسبت دادن عدد به احتمال رخ دادن یک اتفاق هستند. این گام در کتاب‌های متوسطه (۱) مورد توجه قرار گرفته است.

$$\text{در رویکرد کلاسیک احتمال رخ دادن یک اتفاق برابر است با } \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب برای رخ دادن آن اتفاق}}{\text{تعداد کل حالت‌های ممکن}}$$

مثال: در پرتاب یک تاس: احتمال اینکه عدد زوج بیاید به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{۳: تعداد حالت‌های مطلوب } ۲, ۴, ۶ = \text{حالت‌های مطلوب (زوج آمدن تاس)} \\ \text{۶: تعداد کل حالت‌های ممکن } ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶ = \text{کل حالت‌های ممکن} \end{aligned} \quad \leftarrow \begin{aligned} \text{احتمال زوج آمدن تاس} \\ = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲} \end{aligned}$$

بر این اساس در هر آزمایش ابتدا باید همه حالت‌های ممکن هم شانس را پیدا کنیم و سپس در میان آنها، حالت‌های مطلوب را مشخص کنیم.

مثال: در پرتاب دو تاس؛ احتمال آنکه مجموع عددهای روی دو تاس ۵ باشد به صورت زیر محاسبه می‌شود:

+	●	●●	●●●	●●●●	●●●●●	●●●●●●
●	۲	۳	۴	۵	۶	۷
●●	۳	۴	۵	۶	۷	۸
●●●	۴	۵	۶	۷	۸	۹
●●●●	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
●●●●●	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
●●●●●●	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲

$$\left. \begin{aligned} \text{۴: تعداد حالت‌های مطلوب} \\ \text{۳۶: تعداد کل حالت‌های ممکن} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \text{احتمال ۵ بودن} \\ \text{مجموع عددها} \end{aligned} = \frac{۴}{۳۶} = \frac{۱}{۹}$$

## توسعه مفاهیم

- ۱- انجام پروژه‌های آماری شامل جمع‌آوری، انتخاب نوع نمایش، بررسی و تفسیر داده‌ها در موضوعات مختلف می‌تواند مسیر مناسبی برای توسعه مفاهیم درس اول این فصل باشد.
- ۲- اگر مفهوم میانگین به خوبی درک شده باشد، می‌توان روش‌های گوناگونی برای محاسبه آن یافت و میانگین را به شکلی ساده‌تر و حتی ذهنی محاسبه کرد. ایجاد فرصت در کلاس درس و طرح مسئله برای یافتن روش‌های گوناگون، به درک مفهوم میانگین و توسعه آن کمک می‌کند.
- ۳- تجربه انجام بازی‌های شانس و جمع‌آوری داده‌های مربوط به آن می‌تواند به دانش‌آموزان کمک کند تا تصور بهتری از مفهوم احتمال داشته باشند و برای برداشتن گام‌های بعدی در یادگیری احتمال آماده‌تر شوند.

## استفاده از ابزار و تکنولوژی

معمولاً برای انجام آزمایش‌های تصادفی از سکه و تاس استفاده می‌کنیم. سکه و تاس، ساده‌ترین نوع مولدهای تصادفی هستند. برای آنکه بتوانید آزمایش‌های تصادفی را بارها و بارها تکرار کنید، می‌توانید از مولدهای تصادفی مجازی<sup>۱</sup> (virtual random generators) استفاده کنید. سایت‌های مختلفی این امکان را برایتان فراهم می‌کنند و معمولاً با یک جستجوی ساده می‌توانید ابزار مورد نظرتان را بیابید. سایت [www.random.org](http://www.random.org) این امکان را برایتان فراهم می‌کند که مولد اعداد تصادفی دلخواه خودتان را بسازید.

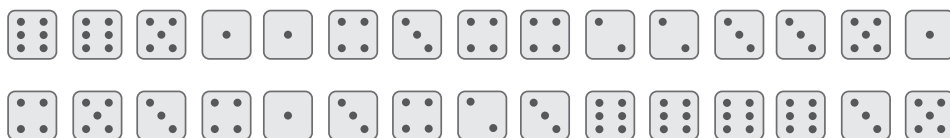


مثلاً در صفحه اول سایت کفایت کمترین مقدار مورد نظرتان را در جعبه Min و بیشترین مقدار مورد نظرتان را در جعبه Max وارد کنید و با کلیک روی Generate، نتیجه آزمایش را که یک عدد صحیح تصادفی از میان کمترین تا بیشترین مقدار داده شده است، در قسمت Result ببینید.

---

۱- مولدهای تصادفی مجازی، برنامه‌های رایانه‌ای هستند که پرتاب سکه و تاس در آن شبیه‌سازی شده است. در این برنامه‌ها معمولاً امکان جمع‌آوری داده‌های مربوط به تعداد زیادی آزمایش وجود دارد.

یا مثلاً در صفحه پرتاب تاس به آدرس [www.random.org/dice](http://www.random.org/dice) می‌توانید تعداد تاس‌هایی را که می‌خواهید پرتاب کنید در جعبه Roll Virtual Dice انتخاب کنید و با کلیک روی Roll Dice نتیجه را ببینید. در تصویر زیر نتیجه پرتاب ۳۰ تاس آمده است.



این سایت تعدادی نرم‌افزار مولد تصادفی هم در اختیاران قرار می‌دهد که می‌توانید روی تلفن‌های همراهتان نصب کنید.



نرم‌افزار Excel برای وارد کردن داده‌ها و رسم نمودارها بسیار ساده و در دسترس است. پیشنهاد می‌شود در این فصل بیشتر به سراغ این نرم‌افزار بروید.

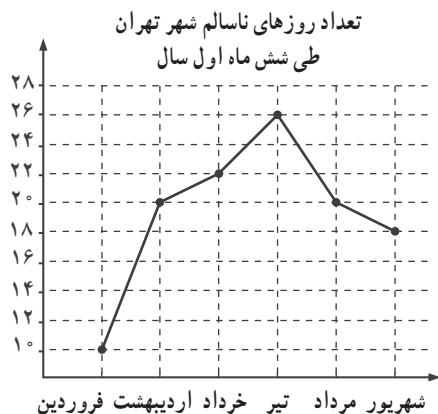
## نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

لازم به ذکر است که این سؤال‌ها به عنوان نمونه است و به روش‌های مختلف و در موقعیت‌های مختلف معلم می‌تواند از آنها استفاده کند.

۱- با استفاده از هر یک از نمودارهای صفحه بعد، اطلاعات خواسته شده در جدول مقابل از نمودارها را کامل کنید.



شهر	خط نشان	میزان بارندگی
اهواز		
تهران		
ساری		
مشهد		

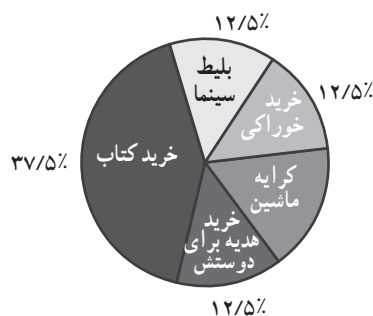


ماه‌های سال	
فروردین	
اردیبهشت	
خرداد	
تیر	
مرداد	
شهریور	

- در کدام ماه تعداد روزهای ناسالم نسبت به ماه‌های قبل کمترین افزایش را داشته است؟
- تعداد روزهای ناسالم در کدام ماه، بیشترین افزایش را نسبت به ماه‌های قبل خود داشته است؟
- در کدام ماه‌ها، تعداد روزهای ناسالم نسبت به ماه‌های قبل خود کاهش داشته است؟

نوع هزینه	درصد	مقدار (تومان)
بلیط سینما		
خرید خوراکی		
کرایه ماشین		
خرید کتاب		
خرید هدیه برای دوستش		

سهم هزینه علی طی هفته گذشته از ۲۰۰۰۰ تومان پول خود



۲- برای پاسخ گفتن به هر یک از سؤالات زیر، کدام یک از روش‌های جمع‌آوری اطلاعات (مشاهده کردن، پرسیدن، استفاده از پرسشنامه، مراجعه به کتاب‌ها و سایت‌ها و اندازه‌گیری) را پیشنهاد می‌کنید؟

- تعداد ضربان قلب یک کودک در هر دقیقه
- تعداد هم‌کلاسی‌های علاقمند به ورزش شنا
- میزان علاقه‌مندی هر یک از دانش‌آموزان پایه پنجم مدرسه به درس‌های پایه پنجم ابتدایی
- تعداد دانش‌آموزانی که امروز با پیراهن سفید به مدرسه آمدند.
- ۳- جدول زیر، تعداد دانش‌آموزان شرکت‌کننده در جشن نیکوکاری مدرسه طی روزهای هفته را نشان می‌دهد؛ مشخص کنید به طور متوسط در هر روز چند دانش‌آموز در این جشن شرکت کرده‌اند.
- اگر بخواهید درصد افراد شرکت‌کننده در جشن در هر روز نسبت به تعداد کل شرکت‌کنندگان را با نموداری نمایش دهید، از چه نموداری استفاده می‌کنید؟

تعداد افراد شرکت‌کننده	روزهای هفته
۱۰۰	شنبه
۱۱۰	یکشنبه
۶۰	دوشنبه
۵۰	سه‌شنبه
۸۰	چهارشنبه

- ۴- میانگین شش عدد ۲۰، ۲۵، ۱۳، ۱۷، ۱۶ و ۱۹ را بدست آورید.
- ۵- میانگین پنج عدد مختلف ۸۰ شده است مجموع این عددها چند است؟
- ۶- میانگین سه عدد مختلف ۸ شده است. اگر یکی از این اعداد ۲ باشد، دو عدد دیگر چه عددهایی می‌توانند باشند؟
- ۷- جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید (پاسخ این سؤالات می‌تواند با توجه به تجربه‌های شخصی دانش‌آموزان متفاوت باشد).
- علی چون اصلاً مسواک نمی‌زند، ..... دندان‌هایش خراب می‌شود.
- فاطمه چون به طور منظم مسواک می‌زند ..... دندان‌هایش سالم می‌ماند.
- ..... اینکه در تابستان برف بیاید ..... است.



– در یک بازی شانسی عادلانه، ..... برد من با بازیکن دیگر ..... است.

۸– در هر یک از بازی‌های زیر، بازی‌های عادلانه و ناعادلانه را مشخص کنید و علت ناعادلانه بودن بازی را بنویسید.

– تاسی را می‌اندازیم، اگر ۱، ۳ و ۵ آمد، بازیکن اول برنده است و در غیر این صورت بازیکن

دوم.

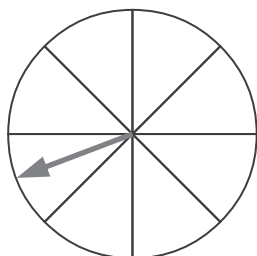
– در بازی مقابل

بازیکن اول		شروع				بازیکن دوم
---------------	--	------	--	--	--	---------------

تاس را می‌اندازند و با هر بار شش آمدن یک خانه از خانه شروع به سمت خانه مربوط به خود می‌روند.

– در کیسه‌ای ۱۰ تیله وجود دارد. ۳ تای آنها آبی، ۳ تای آنها قرمز و ۴ تای آنها سبز است.

اگر بدون نگاه کردن به داخل کیسه، یک تیله برداریم، اگر آبی بود بازیکن اول برنده است و اگر قرمز بود بازیکن دوم برنده است.



۹– چرخنده مقابل را طوری رنگ کنید که بازی، بازی عادلانه‌ای برای دو بازیکن باشد.

## معرفی منابع

۱– رشد برهان متوسطه (۱) سال تحصیلی ۹۳–۹۲، شماره‌های ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰.

۲– کمک به کودکان در یادگیری ریاضیات، رابرت. ای. ریس، مرلین. ن. سایدام و مری مونتگومری لیندکوئسیت ترجمه مسعود نوروزیان ۱۳۹۱، انتشارات مدرسه، چاپ ششم.

۳– آموزش ریاضیات در دبستان، روبین یورگنسن و شلی دال، ترجمه دکتر امیرحسین آشنا، ۱۳۹۳، انتشارات بیش نو، ویرایش دوم.

## چک لیست ارزشیابی

نیازمند تلاش و آموزش	قابل قبول	خوب	بسیار خوب	ردیف
				۱
			به کمک روش‌های جمع‌آوری داده، داده‌ها را جمع‌آوری می‌کند و در جدول قرار می‌دهد.	
			به کمک جدول داده‌ها، نمودار ستونی رسم می‌کند.	۲
			به کمک جدول داده‌ها، نمودار دایره‌ای رسم می‌کند.	۳
			به کمک جدول داده‌ها، نمودار خط شکسته رسم می‌کند.	۴
			می‌تواند داده‌های مختلف را روی نمودارها پیدا کند.	۵
			نمودار مناسب برای نمایش داده‌ها را از میان ستونی، خط شکسته و دایره‌ای انتخاب می‌کند.	۶
			با مفهوم میانگین آشناست.	۷
			می‌تواند میانگین داده‌ها را محاسبه کند.	۸
			می‌تواند مسئله‌های مربوط به میانگین را حل کند.	۹
			با مفهوم احتمال آشناست.	۱۰
			از عبارت‌های غیرممکن، احتمال کمتر، احتمال برابر، احتمال بیشتر و حتمی برای بیان امکان رخ دادن یک اتفاق استفاده می‌کند.	۱۱
			عادلاته یا ناعادلاته بودن بازی‌های شانسی ساده را تعیین می‌کند.	۱۲

### جمع‌آوری و نمایش داده‌ها

#### اهداف

- ۱- آشنایی با برخی روش‌های جمع‌آوری داده‌ها
  - ۲- کسب توانایی در استفاده از روش‌های مناسب نمایش داده‌ها
  - ۳- درک خصوصیات و کاربرد هر نمودار
  - ۴- انتخاب نمودار مناسب در موارد مختلف
  - ۵- توانایی استخراج داده‌ها از روی نمودارهای مختلف
- ابزارهای مورد نیاز:
- ۱- صفحه شطرنجی ۵/۰ سانتی‌متری برای رسم نمودارها
  - ۲- روزنامه، مجله، کتاب و ... برای شروع درس

#### روش تدریس

درس را با ارائه مثال‌هایی از آمار و کاربردهای آن در زندگی روزمره شروع کنید. مثلاً آمار دانش‌آموزان هر کلاس در مدرسه و لزوم آن برای برنامه‌ریزی‌هایی که در طول سال تحصیلی انجام می‌شود. با توجه به اینکه این درس بیشتر به یادآوری و جمع‌بندی مطالب سال‌های گذشته می‌پردازد، از دانش‌آموزان بخواهید در گروه‌های کوچک قرار بگیرند و به انجام فعالیت اول بپردازند.

هدف این فعالیت مرور جدول داده‌ها، نمودار ستونی و دایره‌ای است.

در نمودار ستونی به محورهای افقی و عمودی نمودار توجه شده است و دو نمودار ستونی متفاوت برای یک سری داده رسم و مقایسه شده است. در نمودار دایره‌ای به مفهوم نسبت هر داده به کل داده‌ها و ارتباط آن با تناسب و درصد که جزء مفاهیمی هستند که دانش‌آموزان در این پایه با آنها آشنا شده‌اند، پرداخته شده است.

کار در کلاسی که در ادامه این فعالیت آمده است به تمرین بیشتر همین موضوعات پرداخته است. از دانش‌آموزان بخواهید این قسمت را به صورت فردی انجام دهند و سپس پاسخ‌هایشان را در گروه مقایسه و بررسی نمایند.

انجام فعالیت بعدی را هم به گروه‌ها بسپارید.

این فعالیت به نمودار خط شکسته و ویژگی آن که نمایش تغییرات یک کمیت می‌باشد، پرداخته است. دانش‌آموزان با انجام این فعالیت با واژه‌های افزایشی، کاهشی و بدون تغییر آشنا می‌شوند.

اولین کار در کلاسی که در ادامه این فعالیت آمده است، بازهم مربوط به نمودار خط شکسته است. اما کار در کلاس‌های بعدی به جمع‌بندی مطالب در قالب روش‌های جمع‌آوری داده‌ها و روش‌های نمایش داده‌ها و انتخاب روش مناسب در موارد مختلف اختصاص دارد.

دقت فرمایید که ممکن است دانش‌آموزان به دلایل مختلف روش‌های جمع‌آوری یا نمایش متفاوتی را انتخاب کنند؛ بنابراین، آنچه باید مورد توجه قرار بگیرد، دلایلی است که ارائه می‌کنند نه روشی که انتخاب کرده‌اند.

پیشنهاد می‌شود پس از آنکه دانش‌آموزان به تنهایی کار در کلاس‌ها را حل کردند، در گروه به بررسی، مقایسه پاسخ‌ها و بحث و تبادل نظر پیرامون آنها بپردازند.

## فعالیت پیشنهادی

این فعالیت به جای کار در کلاس ۲ صفحه ۱۲۷ اجرا می‌شود.

### اهداف

- توسعه مهارت رسم نمودار ستونی
- تعمیق درک جدول داده‌ها و نمودار دایره‌ای
- زمان : ۲۰ دقیقه
- وسایل مورد نیاز : کاغذ A۴ به تعداد گروه‌ها

### شرح فعالیت

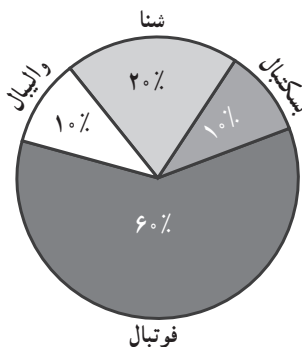
روش اجرا :

- ۱- دانش‌آموزان در گروه‌های سه نفره قرار داده می‌شوند و در اختیار هر گروه یک برگ کاغذ A۴ قرار داده می‌شود.

۲- توسط معلم مسئله زیر خوانده شده، نمودار و جدول داده‌های زیر در روی تخته کلاس نوشته می‌شود:

حسین از همکلاسی‌هایش درباره ورزش مورد علاقه‌شان سؤال کرد و نتایج را با استفاده از نمودار دایره‌ای نمایش داد. با توجه به اینکه حسین از ۳۰ نفر از همکلاسی‌هایش این سؤال را پرسیده است جدول داده‌های زیر را کامل کنید.

ورزش	تعداد افراد
فوتبال	
بسکتبال	
شنا	
والیبال	



۳- از گروه‌ها خواسته می‌شود تا جدول داده‌ها را تکمیل کنند و با توجه به آن نمودار ستونی را رسم کنند و به سؤالات زیر پاسخ دهند.

- کدام بازی بیشترین طرفدار را دارد؟
- کدام بازی کمترین طرفدار را دارد؟
- طرفداران بازی بسکتبال چند نفر از طرفداران بازی شنا کمتر است؟
- تفاوت نمودار دایره‌ای با ستونی چیست؟

۴- دو گروه نتیجه کار خود را ارائه می‌دهند.

۵- با هدایت معلم تفاوت دو نمودار بررسی می‌شود.

### حل بعضی از تمرین‌ها

در تمرین (۲)، شماره تلفن‌ها مانند واژگان هستند و ارزش عددی ندارند و بنابراین در رسم نمودار نیز مانند یک واژه با آنها برخورد می‌شود، نه عدد. نمودار مناسب برای نمایش این داده‌ها، نمودار ستونی یا تصویری است و چون تغییرات داده‌ها اهمیتی ندارد، استفاده از نمودار خط شکسته مناسب نیست.

## توصیه‌های آموزشی

ایجاد فرصت گفتگو درباره مصادیق استفاده از آمار، همچنین فرصت‌هایی برای جمع‌آوری و نمایش داده‌ها به روش‌های مختلف می‌تواند به درک بهتر مفاهیم این درس کمک کند. استفاده از چوب خط در حین جمع‌آوری داده‌ها توصیه می‌شود.

## بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

- ۱- برخی از دانش‌آموزان، در رسم و بررسی نمودارهای ستونی که محور عمودیشان از صفر آغاز نمی‌شود، دچار اشتباه می‌شوند.
- ۲- استفاده از نمودارهای نامناسب از دیگر مصادیق بدفهمی‌های دانش‌آموزان است.

### میانگین

#### اهداف

- ۱- آشنایی با مفهوم میانگین
  - ۲- آشنایی با بازنمایی جبری و هندسی از مفهوم میانگین
  - ۳- توانایی در محاسبه میانگین چند عدد
  - ۴- استفاده از مفهوم میانگین در حل مسئله‌ها
- ابزارهای مورد نیاز :
- ۱- میله و حلقه یا تعدادی مکعب
  - ۲- ماشین حساب

#### روش تدریس

این درس برای دانش‌آموزان، جدید است و پیش از این در هیچ یک از مباحث درسی به آن پرداخته نشده است.

پیشنهاد می‌شود درس را با انجام عملی فعالیت اول آغاز کنید. می‌توانید نمایشی اجرا کنید و به کمک میله و حلقه یا تعدادی مکعب دو ستون به ارتفاع ۳ و ۷ آماده کنید. سپس مسئله را که مساوی کردن ارتفاع این دو ستون با استفاده از همین ابزار است، مطرح کنید. اجازه دهید دانش‌آموزان راه‌حل‌های خودشان را در کلاس توضیح دهند. سپس از دانش‌آموزان بخواهید به راه‌حل‌های ارائه شده در کتاب نگاه کنند و هر کدام را توضیح دهند و درباره اینکه کدام راه‌حل‌های ارائه شده در کلاس، شبیه هر کدام از این راه‌ها است، گفتگو کنند.

در راه حل سمت راست، یک نفر همه حلقه‌ها را بیرون آورده و دوباره یکی یکی و به صورت

مساوی در میله‌ها قرار می‌دهد. در راه حل سمت چپ یک نفر از ستونی که ارتفاع بیشتری دارد، حلقه برمی‌دارد و روی ستونی که ارتفاع کمتری دارد، قرار می‌دهد تا دو ستون هم ارتفاع شوند. این فعالیت، تصویری از میانگین ارائه می‌دهد که به درک بهتر این مفهوم کمک می‌کند. فعالیت دوم نیز به ارائه بازنمایی هندسی مفهوم میانگین (هم ارتفاع کردن ستون‌ها) و بازنمایی جبری آن (میانگین چند عدد برابر است با حاصل جمع آن عددها تقسیم بر تعداد آنها) می‌پردازد. پیشنهاد می‌شود این فعالیت در گروه‌های دانش‌آموزی کوچک انجام شود. در آخرین سؤال مطرح شده در این فعالیت، به یکی از کاربردهای میانگین به‌طور ضمنی اشاره شده است.

کار در کلاسی که در ادامه این فعالیت آمده است، بیشتر به محاسبه میانگین پرداخته است. پیشنهاد می‌شود دانش‌آموزان پس از آنکه به‌صورت فردی آنها را حل کردند، پاسخ‌هایشان را در گروه مقایسه نمایند و درباره درستی یا نادرستی پاسخ‌هایشان بحث کنند. در کار در کلاس (۳) میانگین به‌صورت عدد مخلوط آمده است و می‌تواند فرصتی برای گفتگو در گروه ایجاد کند. فعالیت بعدی به ارائه روش دیگری برای محاسبه میانگین چند عدد پرداخته است. دقت فرمایید که لازم نیست دانش‌آموزان این روش را حفظ کنند و در موارد دیگر به کار ببرند، بلکه هدف فعالیت، بیان این مطلب است که با مراجعه به مفهوم میانگین و استفاده از آن می‌توان روش‌های میانبری برای محاسبه میانگین پیدا کرد. البته تنها یک روش میانبر وجود ندارد و روش‌های مختلفی می‌توان یافت. مثلاً وقتی می‌خواهیم میانگین ۵ عدد ۲۰، ۲۰، ۱۷، ۱۹ و ۱۹ را حساب کنیم می‌توانیم ببینیم که هر عدد چند واحد از ۲۰ کمتر است، ۰، ۰، ۳، ۱ و ۱. حالا اگر این عددها را با هم جمع کنیم و بر ۵ تقسیم کنیم، حاصل ۱ می‌شود. پس این عددها به‌طور متوسط یک واحد از ۲۰ کمترند. پس میانگین این داده‌ها برابر است با  $20 - 1 = 19$ .

## فعالیت پیشنهادی

پیشنهاد می‌شود فعالیت ۱ و ۲ قبل از فعالیت صفحه ۱۳۰ کتاب درسی انجام شود.

### فعالیت ۱

اهداف: ایجاد زمینه برای درک مفهوم میانگین

زمان: ۱۰ دقیقه



## روش اجرا :

- ۱- دانش‌آموزان در گروه‌های سه نفره قرار داده می‌شوند.
- ۲- توسط معلم مسئله زیر خوانده شده و اطلاعات روی تخته کلاس ثبت می‌شود معلم کلاس پنجم ۲ کتاب به گروه شماره ۱، ۴ کتاب به گروه شماره ۲ و ۳ کتاب به گروه شماره ۳، برای مطالعه داده است. اگر معلم بخواهد این کتاب‌ها را به طور مساوی بین ۳ گروه تقسیم کند به هر گروه چند کتاب برای مطالعه داده می‌شود؟
- ۳- پس از مشورت گروه‌ها، به انتخاب معلم، دو گروه نتیجه کار خود را اعلام می‌کنند و سایر گروه‌ها درباره کار آنها اظهار نظر می‌کنند.
- ۴- گروهی که پاسخ صحیح را به دست آورده درباره نحوه کار خود توضیح می‌دهد.

## فعالیت ۲

اهداف : درک مفهوم میانگین

زمان : ۱۰ دقیقه

### روش اجرا :

- ۱- دانش‌آموزان در گروه‌های سه نفره قرار داده می‌شوند.
- ۲- توسط معلم مسئله زیر خوانده شده و اطلاعات روی تخته کلاس ثبت می‌شود.  
علی دانش‌آموز کلاس هفتم است. نمرات ریاضی او در چهار ماهه اول سال به ترتیب ۱۸، ۱۶ و ۱۵ است. به نظر شما معلم ریاضی چه نمره‌ای را برای کارنامه او در نظر گرفته است؟
- ۳- پس از مشورت گروه‌ها دو گروه به انتخاب معلم نتیجه کار خود را اعلام می‌کنند و سایر گروه‌ها درباره درستی کار آنها اظهار نظر می‌کنند.
- ۴- گروهی که پاسخ صحیح را به دست آورده درباره نحوه کار خود توضیح می‌دهد.
- ۵- توسط معلم مفهوم میانگین بیان می‌شود و از دانش‌آموزان سؤال می‌شود چه کاربردهای دیگری را برای میانگین در زندگی روزمره می‌شناسند.

## حل بعضی از تمرین‌ها

تمرین‌های (۱) و (۵) به طور ضمنی به یکی از کاربردهای میانگین اشاره دارند. پاسخ تمرین (۱)،  
چهل و شش سانتی‌متر و پاسخ تمرین (۵)، حدوداً  $۱۰٬۰۰۰٬۰۰۰ = ۵۰ \times ۵۰۰ \times ۴۰۰$  تومان است.  
(در این محاسبه، هر سال تقریباً ۵۰ هفته در نظر گرفته شده است.)

توصیه : امکان دارد دانش آموزان هر سؤالی را از طریق چند راه مختلف حل کنند. در اینجا دو راه حل پیشنهادی به عنوان نمونه برای حل سؤال ۶ ارائه شده است.

روش اول : استفاده از راهبرد زیر مسئله

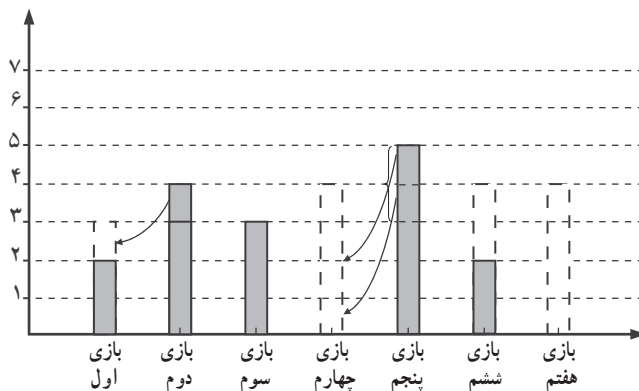
میانگین تعداد گل ها در ۷ بازی قرار است برابر ۳ شود، پس مجموع تعداد گل ها باید  $7 \times 3 = 21$  باشد. پس مجموع تعداد گل ها در ۶ بازی را از ۲۱ کم می کنیم تا پاسخ مسئله به دست آید :

$$\text{گل} = 21 - (2 + 4 + 3 + 0 + 5 + 2) = 5$$

روش دوم : استفاده از راهبرد رسم شکل

با توجه به اینکه میانگین تعداد گل ها باید ۳ باشد، با استفاده از مفهوم میانگین، تا آنجایی که ممکن است تعداد گل های ۶ بازی را یکسان سازی می کنیم (یعنی از بازی هایی که تعداد گل هایشان بیشتر از ۳ است، از تعداد گل هایش کم می کنیم و به گل های بازی هایی که تعداد گل هایشان کمتر از ۳ است اضافه می کنیم تا تعداد گل زده در هر بازی از شش بازی به ۳ برسد).

پس از انجام این مرحله، با توجه به اینکه به طور میانگین در هر بازی از ۷ بازی باید ۳ گل زده شده باشد، تعداد گل هایی که مورد نیاز است تا تعداد گل های هر بازی به ۳ برسد را با رنگ قرمز رسم می کنیم. بنابراین تعداد گل های مورد نیاز برای آنکه تعداد گل های هر بازی به طور میانگین به ۳ برسد، طبق شکل برابر ۵ هست. پس در بازی هفتم باید ۵ گل زده شود.



در تمرین (۶)، قرار است میانگین تعداد گل ها در ۷ بازی برابر ۳ شود، پس مجموع تعداد گل ها باید  $7 \times 3 = 21$  باشد، پس مجموع تعداد گل ها در ۶ بازی را از ۲۱ کم می کنیم تا پاسخ مسئله به دست آید :

$$\text{گل} = 21 - (2 + 4 + 3 + 0 + 5 + 2) = 5$$

۷- الف) مجموع چهار عدد :  $40 = 10 \times 4$

ب) مجموع دو عدد دیگر :  $13 = (2+25) - 40$  ، پس دو عدد دیگر می توانند، (۳ و ۱۰) ، (۴ و ۹) ، (۵ و ۸) یا (۶ و ۷) باشند.

## توصیه های آموزشی

لازم است دانش آموزان پیش از درگیر شدن در مسئله های پیچیده این درس، به خوبی با مفهوم میانگین آشنا باشند.

استفاده از ماشین حساب برای محاسبه میانگین توصیه می شود.

## بدفهمی های رایج دانش آموزان

گاهی برخی از دانش آموزان از میانگین در حل مسئله هایی که به این موضوع ارتباطی ندارند استفاده می کنند. مثلاً به مسئله زیر توجه کنید :

«اتومبیلی مسیری را با سرعت  $50^\circ$  کیلومتر در ساعت رفت و با سرعت  $70^\circ$  کیلومتر در ساعت برگشت. سرعت متوسط این اتومبیل در رفت و برگشت چقدر بوده است؟»

به نظر می رسد، دلیل این اشتباه واژه های یکسان (متوسط) برای بیان انواع میانگین است. پاسخ این مسئله برابر  $60^\circ$  یعنی میانگین حسابی  $50^\circ$  و  $70^\circ$  نیست، بلکه پاسخ با میانگین همساز  $50^\circ$  و  $70^\circ$  یعنی  $58/3$  برابر است (همانطور که در بخش دانستنی هایی برای معلم بیان شد). پیشنهاد می شود که دانش آموزان به صورت زودرس در معرض این نوع مسئله ها قرار نگیرند و در صورت لزوم مسئله را به کمک رسم شکل، مورد تحلیل قرار دهند.

## احتمال

### اهداف

- ۱- یادآوری مفهوم احتمال و واژه‌های مرتبط با آن
- ۲- توانایی بیان در امکان رخ دادن یک اتفاق به کمک واژه‌ها و با توجه به تجربه‌های قبلی
- ۳- آشنایی با مفهوم آزمایش و مفهوم تکرارهای زیاد یک آزمایش
- ۴- آشنایی با بازی‌های شانسی عادلانه و ناعادلانه و توانایی تشخیص عادلانه یا ناعادلانه بودن بازی‌های شانسی ساده
- ابزارهای مورد نیاز:
  - ۱- تاس
  - ۲- سکه
  - ۳- چرخنده
  - ۴- مهره یا دکمه‌های رنگی و پاکت
  - ۵- کاغذ شطرنجی

### روش تدریس

درس را با تشکیل گروه‌های کوچک شروع کنید و فرصت دهید تا دانش‌آموزان در گروه به انجام فعالیت اول بپردازند. شما هم به گروه‌ها سر بزنید و در صورت بروز اشکالات احتمالی دانش‌آموزان را هدایت کنید. در پایان از یکی از اعضای هر گروه بخواهید یکی دو تا از جمله‌های ساخته شده در گروه را برای بقیه بخواند.

فعالیت دوم انجام دادنی است و لازم است از قبل وسایل لازم برای انجام آن فراهم شود.

می‌توانید برای هر گروه یک سری وسیله آماده کنید. خود دانش‌آموزان هم می‌توانند در آماده‌سازی وسایل همراه شما باشند.

ابتدا از دانش‌آموزان بخواهید هریک به تنهایی قسمت (الف) فعالیت را کامل کنند. دقت کنید که در این فعالیت احتمال بیشتر، کمتر یا برابر برای رخ دادن یک اتفاق در مقایسه با رخ ندادن همان اتفاق بیان شده است و نه در مقایسه با رخ دادن اتفاقات دیگر. مثلاً احتمال آنکه مهره قرمز باشد از احتمال آنکه مهره زرد باشد بیشتر است، اما احتمال قرمز بودن مهره با احتمال قرمز نبودن آن برابر است و بنابراین در این مورد احتمال برابر علامت زده شده است.

انتظار می‌رود دانش‌آموزان با توجه به تجربه‌های قبلی‌شان به این قسمت پاسخ درست بدهند. پس از انجام قسمت (الف) وسایل را در اختیار گروه‌ها قرار دهید. در قسمت (ب) هر دانش‌آموز باید ۲۰ بار آزمایش را انجام دهد و نتیجه را با کمک چوب خط در جدول یادداشت کند. در این قسمت فرصتی پیش آمده تا دانش‌آموزان از چوب خط در جای مناسب آن استفاده کنند. در قسمت (پ) این داده‌های جمع‌آوری شده با هم جمع می‌شوند. بنابراین مثلاً اگر تعداد دانش‌آموزان شما ۳۰ نفر باشد، روی هم  $۶۰۰ = ۳۰ \times ۲۰$  داده در کلاس جمع‌آوری شده است که می‌تواند تا حدودی بیانگر تعداد زیاد آزمایش‌ها باشد.

آنچه در این قسمت مهم است بررسی داده‌ها است. در قسمت (ب) در ۲۰ آزمایش ممکن است اتفاقات مختلفی افتاده باشد و نتیجه با انتظاری که در قسمت (الف) تبیین شده بود، متفاوت باشد؛ چرا که نتیجه یک آزمایش تصادفی در تعداد تکرارهای کم، اساساً قابل پیش‌بینی نیست. اما در قسمت (پ) انتظار می‌رود تقریباً در نیمی از ۶۰۰ آزمایش مهره قرمز مشاهده شده باشد. تأکید روی دو عبارت غیرقطعی «انتظار می‌رود» و «تقریباً» در تحلیل داده‌ها بسیار مهم است. ضمن آنکه ممکن است این انتظار در ۶۰۰ آزمایش هم برآورده نشود.

کار در کلاس این قسمت هم در ادامه فعالیت و با تأکید بر همین موضوعات طرح شده است. در کاردرکلاس (۲) نتایج ۱۰۰۰۰ بار آزمایش در یک جدول خلاصه شده‌اند. با توجه به تعداد زیاد آزمایش‌ها انتظار داریم که رنگ‌ها در نمودار دایره‌ای مربوط به نتایج، تقریباً به همان نسبتی که رنگ‌ها در چرخنده دیده می‌شوند، مشاهده شوند.

در فعالیت بعدی، یک بازی شانسی آمده است که در آن هیچ کدام از بازیکنان نسبت به دیگری امتیازی ندارد. این بازی یک بازی عادلانه است و در یک دور بازی ممکن است هر کدام از بازیکنان برنده شوند و نتیجه قابل پیش‌بینی نیست، اما در تعداد بازی‌های زیاد، انتظار می‌رود هر بازیکن تقریباً

در نصف موارد برنده شده باشد.

دقت کنید که ممکن است دانش‌آموزان تجربه کافی برای تعیین عادلانه یا ناعادلانه بودن بازی‌ها نداشته باشند و تجربه‌های شخصی در تعداد آزمایش‌های کم در تصمیم‌گیری‌هایشان دخالت داشته باشد. با ایجاد فرصت برای تکرار زیاد هر بازی یا استفاده از مولدهای تصادفی مجازی برای تکرار زیاد بازی شبیه‌سازی شده می‌توانید به تجربه دانش‌آموزان اضافه کنید و آنها را در درک بهتر مفهوم احتمال یاری نمایید.

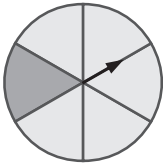
در کار در کلاس (۱) که در ادامه آمده است، چند بازی ساده‌تر معرفی شده‌اند. بازی (الف) عادلانه است. بازی (ب) عادلانه نیست. در بازی عادلانه (پ) اگر عقربه روی رنگ دیگری بایستد، بازی بدون برنده است. بازی (ت) ناعادلانه است. کار در کلاس (۲) هم به توسعه به مفهوم پرداخته است. این کار در کلاس پاسخ‌های مختلفی دارد. (۱۰ آبی، ۱۰ سبز)، اولین پاسخی است که به ذهن می‌رسد، اما پاسخ (۵ آبی، ۵ سبز، ۱۰ قرمز) هم می‌تواند یکی از پاسخ‌های درست باشد.

**دقت کنید :**

در کار در کلاس ۳ صفحه ۱۳۵، منظور از جمله «احتمال مشاهده کدام شکل بیشتر است؟»، «احتمال مشاهده کدام شکل نسبت به هر یک از شکل‌های دیگر بیشتر است؟» هست که پاسخ، شکل دایره است.

در تمرین ۳ صفحه ۱۳۷، در پاسخ سینا و مینا، منظور احتمال اینکه عقربه روی سبز (یا زرد) بایستد، بیشتر از هر یک از رنگ‌های دیگر است. در سؤال ۴ صفحه ۱۳۷، نیز منظور، احتمال ایستادن عقربه روی رنگ سفید نسبت به احتمال ایستادن عقربه روی هر یک از رنگ‌های دیگر هست.

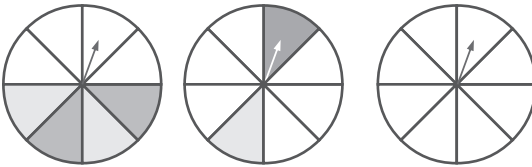
## حل بعضی از تمرین‌ها



در تمرین (۲) درباره ۵ بار پرتاب سکه سؤال شده است. پاسخ این تمرین «بله» است؛ یعنی ممکن است که سکه هر ۵ بار رو بیاید. تجربه می‌تواند به دانش‌آموزان در تشخیص این مطلب کمک کند.

در تمرین (۳) قسمت‌ها مساوی نیستند و با اضافه کردن خط و مساوی کردن قسمت‌ها معلوم می‌شود که مینا درست می‌گوید.

تمرین (۴) پاسخ‌های مختلفی دارد و درستی یا نادرستی هر پاسخ باید با مراجعه به صورت سؤال بررسی شود. در اینجا چند مورد از پاسخ‌های درست آمده است:



## توصیه‌های آموزشی

طراحی و انجام بازی‌های شانس به کمک ابزارهای واقعی یا مجازی مولد تصادفی، مهم‌ترین اقدام برای توسعه درک دانش‌آموزان و آماده‌سازی آنها برای عبور از این مرحله از شناخت احتمال است. پیشنهاد می‌شود دانش‌آموزان نتایج یک بازی شانس را حدس بزنند. سپس هریک به‌طور جداگانه آزمایش کنند، نتایج را به کمک نمودار ستونی و یا در جدول داده‌ها نمایش دهند و با هم مقایسه کنند و پس از چند بار تکرار، پیش‌بینی‌شان را در صورت لزوم تعدیل کنند. مهم است که دانش‌آموزان در پایان این درس بدانند که نتیجه یک آزمایش تصادفی قابل پیش‌بینی نیست اما در تعداد زیاد آزمایش‌ها می‌توان گفت که تقریباً انتظار داریم چه نتایجی را مشاهده کنیم.

## بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

برخی از دانش‌آموزان از عبارتهایی که امکان رخ دادن یک اتفاق را بیان می‌کنند، از لحاظ ادبی درست استفاده نمی‌کنند. گاهی باور به بدشانسی و خوش‌شانسی در پاسخ‌هایی که دانش‌آموزان به سؤالات مربوط به احتمال می‌دهند، دیده می‌شود. برخی از دانش‌آموزان این تصور را دارند که  $\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}$  کمتر از عددهای دیگر در نتیجه پرتاب یک تاس مشاهده می‌شود.

مراجعه به نتایج تعداد کمی آزمایش تصادفی برای دادن حکم کلی درباره آن نیز یکی دیگر از بدفهمی‌های رایج در این مبحث است.

## پاسخ معما و سرگرمی

در بازی ارائه شده در معما و سرگرمی، جدول‌های زیر نشان می‌دهند که در مجموع اعداد حاصل از پرتاب دو تاس، اعداد ۲ تا ۱۲ شانس برابری ندارند، به همین دلیل ماشین‌ها نیز چون براساس مجموع اعداد حاصل از پرتاب دو تاس شماره‌گذاری شده‌اند، شانس برابری برای حرکت ندارند. بنابراین این بازی، بازی عادلانه‌ای نیست.

جدول نتایج جمع اعداد حاصل از پرتاب دو تاس

+	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲

جدول تعداد حالت‌های ممکن در پرتاب دو تاس برای اعداد ۲ تا ۱۲

اعداد	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالت‌های ممکن	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

البته نیاز نیست که به دانش‌آموزان از این طریق بیان شود که این بازی عادلانه نیست، بلکه دانش‌آموزان بایستی با انجام بازی و تجربه‌ای که در جریان این بازی کسب می‌کنند، به ناعادلانه بودن بازی برسند.

